



Aunque se omita en las resoluciones, si es posible es recomendable indicar en el cambio de unidades entre eV y J, que proviene 1 eV de que una aceleración en la que toda la  $E_c$  que adquiere un electrón proveniente de la  $E_p$  asociada a una diferencia de potencial de 1 V, y que por ello, con el dato que se suministra  $|e|=1,6 \cdot 10^{-19}$  C y la relación  $E_p=e\Delta V$  podemos llegar a  $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}$  J

### 2018-Modelo

#### A. Pregunta 5.-

a) Calculamos la velocidad a la que son emitidos los electrones, asumiendo no relativista

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 40 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 3,75 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

$$\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{m v} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3,75 \cdot 10^6} = 1,94 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

b) Según la teoría de la relatividad, la "masa" de una partícula en movimiento es  $m = \gamma m_0$   
 Donde  $m_0$  representa la masa de la partícula en reposo, dato del enunciado.

La relación es el factor de Lorentz, pero para calcularlo necesitamos la velocidad de la que no disponemos como dato, pero sí tenemos como dato la energía cinética.

Al ser una velocidad relativista

$$E_{\text{cinética}} = E_{\text{relativista total}} - E_{\text{reposo}} = (\gamma - 1) m_0 c^2$$

$$\gamma = 1 + \frac{E_{\text{cinética}}}{m_0 c^2} = 1 + \frac{2 \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2} = 3908$$

#### B. Pregunta 5.-

Similar a 2011-Septiembre-A Problema 2 y 2001-Modelo-A-Problema 2.

El desarrollo es el mismo, con variaciones en datos

a) El potencial de frenado está asociado a la energía cinética máxima de los electrones, ya que consigue frenar los electrones extraídos por el efecto fotoeléctrico que tienen la  $E_{c\text{máx}}$ . Al frenarlos toda la  $E_c$  pasa a  $E_p$  eléctrica, y podemos plantear  $E_p = e \cdot V_{\text{frenado}} = E_{c\text{máx}}$   $E_p = e \cdot V_{\text{frenado}} = E_{c\text{máx}}$

Si planteamos para los dos casos

$$E_{\text{incidente}} = W_{\text{extracción}} + E_{c\text{máx}} \rightarrow h \cdot f_{\text{incidente}} = W_{\text{extracción}} + e \cdot V_{\text{frenado}}$$

Para el primer caso:

$$E_{c\text{máx}1} = e V_1 = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,6 = 9,6 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

$$h \cdot 9 \cdot 10^{14} = W_{\text{extracción}} + 9,6 \cdot 10^{-20}$$

Para el segundo caso:

$$E_{c\text{máx}2} = e V_2 = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2,1 = 3,36 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$c = \lambda_2 f_2 \Rightarrow f_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,38 \cdot 10^{-7}} = 1,26 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

$$h \cdot 1,26 \cdot 10^{15} = W_{\text{extracción}} + 3,36 \cdot 10^{-19}$$

Tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas ( $h$  y  $W_{\text{extracción}}$ )

En este apartado se nos pide primero  $h$ : despejamos  $W_{\text{extracción}}$  en ambas ecuaciones para igualarlos y obtener  $h$ .

$$W_{\text{extracción}} = h \cdot 9 \cdot 10^{14} - 9,6 \cdot 10^{-20}$$

$$W_{\text{extracción}} = h \cdot 1,26 \cdot 10^{15} - 3,36 \cdot 10^{-19}$$

Igualando

$$h \cdot 9 \cdot 10^{14} - 9,6 \cdot 10^{-20} = h \cdot 1,26 \cdot 10^{15} - 3,36 \cdot 10^{-19}$$

$$h \cdot (1,26 \cdot 10^{15} - 9 \cdot 10^{14}) = -9,6 \cdot 10^{-20} + 3,36 \cdot 10^{-19}$$

$$h = 2,4 \cdot 10^{-19} / 3,6 \cdot 10^{14} = 6,67 \cdot 10^{-34} \text{ Js (del orden de magnitud de su valor correcto } 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js)}$$

Nota: no se da el valor real en el enunciado pero comprobamos cómo se aproxima al valor real

$$\text{Error relativo} = \frac{|h_{\text{obtenida}} - h_{\text{real}}|}{h_{\text{real}}} = \frac{6,67 \cdot 10^{-34} - 6,63 \cdot 10^{-34}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 0,006 = 0,6\% \text{ Buena aproximación.}$$

b) Si sustituimos el valor de  $h$  obtenido en el apartado anterior en cualquiera de las expresiones anteriores, por ejemplo en la primera





$$W_{\text{extracción}} = 6,67 \cdot 10^{-34} \cdot 9 \cdot 10^{14} - 9,6 \cdot 10^{-20} = 5,043 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

## 2017-Septiembre

### A. Pregunta 5.-

a) Calculamos el número de átomos actual en la muestra

$${}^{238}\text{U}: n = \frac{m}{M} = \frac{2,74 \cdot 10^{-3}}{238,05} = 1,15 \cdot 10^{-5} \text{ mol } {}^{238}\text{U}$$

$$N = n \cdot N_A = 1,15 \cdot 10^{-5} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 6,92 \cdot 10^{18} \text{ átomos}$$

$${}^{206}\text{Pb}: n = \frac{m}{M} = \frac{1,12 \cdot 10^{-3}}{205,97} = 5,44 \cdot 10^{-6} \text{ mol } {}^{206}\text{Pb}$$

$$N = n \cdot N_A = 5,44 \cdot 10^{-6} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 3,27 \cdot 10^{18} \text{ átomos}$$

El número de átomos total en la muestra es  $6,92 \cdot 10^{18} + 3,27 \cdot 10^{18} = 1,02 \cdot 10^{19}$  átomos

Todos esos átomos provienen del número de átomos iniciales de  ${}^{238}\text{U}$  en la muestra: algunos de  ${}^{238}\text{U}$  que estaban originalmente y otros que han pasado a  ${}^{206}\text{Pb}$ , por lo que ese es el número átomos iniciales de  ${}^{238}\text{U}$  en la muestra que se pide.

b) El número de átomos total calculado en apartado a es  $N_0$ , y el número de átomos que quedan de  ${}^{238}\text{U}$  es los que quedan sin desintegrar. Utilizando la ley de desintegración (usamos base 2 ya que se facilita el periodo de semidesintegración como dato)

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow \ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = \frac{-t}{T_{1/2}} \cdot \ln(2)$$

$$t = \frac{-T_{1/2}}{\ln(2)} \cdot \ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = \frac{-4,47 \cdot 10^9}{\ln(2)} \cdot \ln\left(\frac{6,92 \cdot 10^{18}}{1,02 \cdot 10^{19}}\right) = 2,5 \cdot 10^9 \text{ años}$$

La actividad es  $A = \lambda N = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} \cdot N = \frac{\ln(2)}{4,47 \cdot 10^9} \cdot 6,92 \cdot 10^{18} = 1,07 \cdot 10^9 \text{ desintegraciones/año}$

No se pide explícitamente pero si se hiciese podríamos pasarlo a SI en Bq (desintegraciones/s)

### B. Pregunta 5.-

a) Planteamos la ecuación del efecto fotoeléctrico y calculamos la longitud de onda umbral

$$E_{\text{incidente}} = W_{\text{extracción}} + E_{c\text{máx}}$$

$$E_{\text{umbral}} = W_{\text{extracción}} \Rightarrow h \frac{c}{\lambda_{\text{umbral}}} = W_{\text{extracción}} \Rightarrow \lambda_{\text{umbral}} = h \frac{c}{W_{\text{extracción}}}$$

$$\lambda_{\text{umbral}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{2,1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 5,92 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 592 \text{ nm}$$

Para longitudes de onda menores de la umbral los fotones incidentes tendrán más energía y sí producirán efecto fotoeléctrico, y para longitudes de onda mayores no lo producirá. Por lo tanto roja (643,8 nm) no lo producirá, pero sí producirá efecto fotoeléctrico verde (538,2 nm), azul (480,0 nm) y violeta (372,9 nm).

En el caso de luz azul, usando la ecuación del efecto fotoeléctrico

$$E_{c\text{máx}} = E_{\text{incidente}} - W_{\text{extracción}} = h \frac{c}{\lambda} - W_{\text{extracción}}$$

$$E_{c\text{máx}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{480 \cdot 10^{-9}} - 2,1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 7,84 \cdot 10^{-20} \text{ J} = 0,49 \text{ eV}$$

b) Usamos la expresión de energía cinética para velocidades no relativistas

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 7,84 \cdot 10^{-20}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 4,15 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

Vemos que obtenemos una velocidad inferior al 1% de la velocidad de la luz, por lo que la aproximación no relativista es correcta. También se podría argumentar que de la energía total del electrón, la energía asociada a la masa en reposo ( $E = mc^2 = 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 8,19 \cdot 10^{-14} \text{ J} = 0,512 \text{ MeV}$ ) es mucho mayor a la energía cinética (0,49 eV).





$$\lambda_{De\ Broglie} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 4,15 \cdot 10^5} = 1,76 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

**2017-Junio-coincidentes**

**A. Pregunta 5.-**

a) Relacionamos longitud de onda de De Broglie y  $E_c$ , asumiendo velocidades no relativistas

$$\lambda_{De\ Broglie} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}; E_c = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow E_c = \frac{1}{2} m \left( \frac{h}{m\lambda_{De\ Broglie}} \right)^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot \left( \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 4 \cdot 10^{-13}} \right)^2 = 8,225 \cdot 10^{-16} \text{ J} = 5141 \text{ eV} = 5,141 \text{ keV}$$

Validamos  $v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8,225 \cdot 10^{-16}}{1,67 \cdot 10^{-27}}} = 992487 \text{ m/s} \approx 0,0033 \cdot c = 0,33\% c$  no relativista

b)  $E = hf = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = h \frac{c}{E} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{8,225 \cdot 10^{-16}} = 2,42 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

**B. Pregunta 5.-**

a) Planteamos la ecuación del efecto fotoeléctrico

$$E_{incidente} = W_{extracción} + E_{c\ máx} \Rightarrow E_{c\ máx} = E_{incidente} - W_{extracción}$$

$$E_{c\ máx} = h \frac{c}{\lambda} - W_0 = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{280 \cdot 10^{-9}} - 4,08 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 5,76 \cdot 10^{-20} \text{ J} = 0,36 \text{ eV}$$

b) El potencial de frenado está asociado a la energía cinética máxima que tienen los electrones emitidos, por lo que  $V_{frenado} = 0,36 \text{ V}$

**2017-Junio**

**A. Pregunta 5.-**

a)  $\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} = \frac{\ln(2)}{1588,69} = 4,36 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1}$

No se indica explícitamente expresar en Sistema Internacional que supondría pasar a  $s^{-1}$  tomando año como 365 días.

b) El número de núcleos es  $N = n \cdot N_A = \frac{m}{M} \cdot N_A$ , siendo  $m$  la masa en gramos, luego  $m = \frac{N \cdot M}{N_A}$

$$m = m_0 \cdot 2^{\frac{-t}{T_{1/2}}} \Rightarrow m_0 = \frac{m}{2^{\frac{-t}{T_{1/2}}}} = \frac{\frac{9,76 \cdot 10^{16} \cdot 226}{6,02 \cdot 10^{23}}}{2^{\frac{-200}{1588,69}}} \approx 4 \cdot 10^{-5} \text{ g}$$

**B. Pregunta 5.-**

a)  $E_{incidente} = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{150 \cdot 10^{-9}} = 1,33 \cdot 10^{-18} \text{ J} \approx 8,3 \text{ eV}$

El potencial de frenado nos indica la energía cinética máxima que tienen los electrones emitidos, por lo que  $E_{c\ máx} = 1,25 \text{ eV} = 2 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

b) Calculamos la velocidad a la que son emitidos los electrones, asumiendo no relativista

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 6,63 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

$$\lambda_{De\ Broglie} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 6,63 \cdot 10^5} = 1,1 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

**2017-Modelo**

**A. Pregunta 5.-** Resolución idéntica a 2016-Modelo-A5

**B. Pregunta 5.-** Resolución idéntica a 2016-Modelo-B5

**2016-Septiembre**

**A. Pregunta 5.-**





$$a) m = m_0 \cdot 2^{\frac{-t}{T_{1/2}}} \Rightarrow \ln\left(\frac{92}{100}\right) = \frac{-191,11}{T_{1/2}} \cdot \ln(2) \Rightarrow T_{1/2} = -191,11 \frac{\ln(2)}{\ln(0,92)} = 1589 \approx 1,6 \cdot 10^3 \text{ años}$$

Validación: el periodo de desintegración real para  $^{226}\text{Ra}$  en

[https://en.wikipedia.org/wiki/Isotopes\\_of\\_radium](https://en.wikipedia.org/wiki/Isotopes_of_radium) es de 1600 años, con 2 cifras significativas

b) El número de núcleos es  $N = n \cdot N_A = (m/M) \cdot N_A$ , siendo  $m$  la masa en gramos

Combinando con  $m = m_0 \cdot 2^{\frac{-t}{T_{1/2}}}$  y sustituyendo

$$N = \frac{m_0}{M} \cdot N_A \cdot 2^{\frac{-t}{T_{1/2}}} = \frac{40 \cdot 10^{-6}}{226} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 2^{\frac{-200}{1600}} = 9,77 \cdot 10^{16} \text{ núcleos}$$

### B. Pregunta 5.-

$$a) E_{\text{incidente}} = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{220 \cdot 10^{-9}} = 9,04 \cdot 10^{-19} \text{ J} \approx 5,65 \text{ eV}$$

El potencial de frenado nos indica la energía cinética máxima que tienen los electrones emitidos, por lo que  $E_{c \text{ máx}} = 1,5 \text{ eV} = 2,4 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

b) Planteamos la ecuación del efecto fotoeléctrico para calcular la función trabajo ó trabajo de extracción

$$E_{\text{incidente}} = W_{\text{extracción}} + E_{c \text{ máx}}$$

$$W_{\text{extracción}} = E_{\text{incidente}} - E_{c \text{ máx}} = 5,65 - 1,5 = 4,15 \text{ eV} = 6,64 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

### 2016-Junio

#### A. Pregunta 5.-

a) Usamos la definición de actividad  $A = \lambda N$  y la aplicamos al instante inicial  $A_0 = \lambda N_0$

Se nos proporciona el periodo de semidesintegración,  $T_{1/2} = \ln(2)/\lambda$

El número de núcleos iniciales es  $N_0 = n_0 \cdot N_A = (m_0/M) \cdot N_A$ , siendo  $m_0$  la masa en gramos

Si combinamos las expresiones

$$m_0 = \frac{M}{N_A} N_0 = \frac{M}{N_A} \frac{A_0}{\lambda} = \frac{M}{N_A} A_0 \frac{T_{1/2}}{\ln(2)} = \frac{130,91}{6,02 \cdot 10^{23}} \cdot 55 \cdot 10^6 \cdot \frac{8,02 \cdot 24 \cdot 3600}{\ln(2)} = 1,196 \cdot 10^{-8} \text{ g } ^{131}\text{I}$$

$$b) A = A_0 \cdot 2^{\frac{-t}{T_{1/2}}} = 55 \cdot 10^6 \cdot 2^{\frac{-16}{8,02}} = 1,38 \cdot 10^7 \text{ Bq}$$

Validación: el tiempo es aproximadamente el doble del periodo de semidesintegración, por lo que se reduce aproximadamente a la cuarta parte

#### B. Pregunta 5.-

a) Planteamos la ecuación del efecto fotoeléctrico, sabiendo que el potencial de frenado nos indica la energía cinética máxima que tienen los electrones emitidos

$$E_{\text{incidente}} = W_{\text{extracción}} + E_{c \text{ máx}}$$

$$W_{\text{extracción}} = \frac{h \cdot c}{\lambda} - |e| \Delta V_{\text{frenado}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{276,25 \cdot 10^{-9}} - 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 = 4 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,5 \text{ eV}$$

b) Calculamos la velocidad a la que son emitidos los electrones, asumiendo no relativista

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 838628 \text{ m/s}$$

$$\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{m v} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 838628} = 8,69 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

### 2016-Modelo

#### A. Pregunta 5.-

a) Planteamos la ley de desintegración con masas en lugar de núcleos

$$m = m_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{m}{m_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{1}{8} = e^{-\lambda \cdot 5} \Rightarrow \ln\left(\frac{1}{8}\right) = -\lambda \cdot 5 \Rightarrow \lambda = \frac{\ln(8)}{5} = 4,16 \cdot 10^{-1} \text{ h}^{-1} = 1,16 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

Al indicar enunciado “vida media” asumimos que es vida promedio  $\tau = \frac{1}{\lambda} = 8,62 \cdot 10^3 \text{ s}$





$$b) \frac{m}{m_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{10}{100} = e^{-1,16 \cdot 10^{-5} \cdot t} \Rightarrow \ln\left(\frac{1}{10}\right) = -1,16 \cdot 10^{-5} \cdot t \Rightarrow t = \frac{\ln(10)}{1,16 \cdot 10^{-5}} = 1,98 \cdot 10^4 s = 5,5 h$$

**B. Pregunta 5.-**

$$a) \lambda_{De Broglie} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \Rightarrow v = \frac{h}{m \lambda_{De Broglie}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{6,62 \cdot 10^{-27} \cdot 0,103 \cdot 10^{-9}} = 972 m/s$$

b) El potencial de frenado está asociado a frenar los electrones que son emitidos con la energía cinética máxima. Según la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$E_{incidente} = W_{extracción} + E_{cmáx}$$

$$E_{cmáx} = \frac{h \cdot c}{\lambda} - W_0 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{200 \cdot 10^{-9}} - 4,7 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 2,43 \cdot 10^{-19} J = 1,53 eV$$

El potencial de frenado de los electrones sería de 1,53 V.

**2015-Septiembre**

**A. Pregunta 5.-**

a) Nota (similar a 2015-Modelo-B5, 2013-Junio-A4, 2011-Junio-B. Cuestión 3): Hay dos términos distintos relacionados, ambos con unidades de tiempo, y que es muy importante no confundir -  $\tau$  (mean lifetime): “tiempo de vida [media]”: promedio estadístico de vida de una partícula antes de desintegrarse.

- $T_{1/2}$  (half-life): “periodo de semidesintegración, semivida, vida mitad”: tiempo necesario para que se desintegren la mitad de los núcleos de una muestra inicial de una sustancia radiactiva  
 Enunciado es poco claro porque utiliza “vida media” que es ambiguo en español, por una mala traducción del inglés ya que en español media es polisémico y significa tanto media estadística (mean) como mitad (half).

Sería deseable que el enunciado no usase “vida media” sino algo que no diera lugar a dudas; lo importante es dejar claro en la solución que existen ambos significados, y decir que se opta por uno de los dos y por qué. Entre ambos hay una diferencia numérica  $T_{1/2} = \ln(2) \cdot \tau$ .

En este caso tomamos “vida media” como periodo de semidesintegración, ya que ese dato es el periodo de semidesintegración (“half-life”) del Flúor-18 (Si se tomase como vida promedio, los resultados tendrían otros valores numéricos)

[https://en.wikipedia.org/wiki/Isotopes\\_of\\_fluorine#Fluorine-18](https://en.wikipedia.org/wiki/Isotopes_of_fluorine#Fluorine-18) indica Half-life aproximadamente 110 min

$$a) A = \lambda N = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} N = \frac{\ln(2)}{110 \cdot 60} \cdot (10 \cdot 10^{-6} g^{18F}) \frac{6,02 \cdot 10^{23} \text{ núcleos }^{18F}}{18 g^{18F}} = 3,51 \cdot 10^{13} Bq$$

$$b) \frac{m}{m_0} = 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow \frac{1}{100} = 2^{-\frac{t}{110 \cdot 60}} \Rightarrow \ln\left(\frac{1}{100}\right) = \frac{-t}{110 \cdot 60} \cdot \ln(2) \Rightarrow t = \frac{\ln(100) \cdot 110 \cdot 60}{\ln(2)} = 4,38 \cdot 10^4 s$$

**B. Pregunta 5.-**

a) Utilizado la conservación de energía mecánica, la energía potencial pasa a energía cinética, por lo que la energía cinética de los electrones son 1000 eV, por lo que podemos calcular la velocidad

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1000 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 1,88 \cdot 10^7 m/s$$

La velocidad es un 6% de la velocidad de la luz, no consideramos efecto relativista.

$$\lambda_{De Broglie} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,88 \cdot 10^7} = 3,88 \cdot 10^{-11} m$$

b) Según la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$E_{incidente} = W_{extracción} + E_c máx$$

$$E_c máx = \frac{h \cdot c}{\lambda} - W_0 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,04 \cdot 10^{-9}} - 6,4 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 4,97 \cdot 10^{-15} J = 3,1 \cdot 10^4 eV$$

**2015-Junio-Coincidentes**

**A. Pregunta 5.-**





a) Para un fotón  $E = hf = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 9,56 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

Para un electrón la longitud de onda asociada es la de De Broglie

$$\lambda_{De\ Broglie} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \Rightarrow v = \frac{h}{m \lambda_{De\ Broglie}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 9,56 \cdot 10^{-7}} = 762 \text{ m/s}$$

b) Calculada en apartado a, es la longitud de onda de De Broglie  $9,56 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

### B. Pregunta 5.-

a) Para un fotón  $E = hf = h \frac{c}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{633 \cdot 10^{-9}} = 3,14 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,96 \text{ eV}$

Según la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$E_{\text{incidente}} = W_{\text{extracción}} + E_{c\ \text{máx}}$$

$$E_{c\ \text{máx}} = E_{\text{incidente}} - W_0 = 1,96 - 1,6 = 0,36 \text{ eV} = 5,76 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

b)  $P = \frac{E_{\text{total}}}{t} = \frac{n_{\text{fotones}} \cdot E_{\text{fotón}}}{t}$  Si tomamos 1 segundo

$$\frac{n_{\text{fotones}}}{1 \text{ s}} = \frac{P}{E_{\text{fotón}}} = \frac{30 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 10^{-19}} = 9,55 \cdot 10^{16} \text{ fotones/s}$$

### 2015-Junio

#### A. Pregunta 5.-

a) El dato aportado es la vida promedio  $\tau$ , por lo que el periodo de semidesintegración es

$$T_{1/2} = \ln(2) \tau = \ln(2) 885,7 = 613,9 \text{ s}$$

La constante de desintegración es  $\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{885,7} = 1,13 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$

b) El tiempo que tardan los neutrones en recorrer esa distancia es  $3,7 \cdot 10^5 / 100 = 3,7 \cdot 10^3 \text{ s}$   
 Tomando como cantidad inicial  $N_0 = 10^{10}$  neutrones, calculamos cuantos quedan transcurrido ese tiempo utilizando la ley de desintegración

$$N = N_0 e^{-\lambda t} = 10^{10} \cdot e^{-1,13 \cdot 10^{-3} \cdot 3,7 \cdot 10^3} = 1,53 \cdot 10^8$$

Por lo tanto a esa distancia llegan  $1,53 \cdot 10^8$  neutrones por segundo de los  $10^{10}$  neutrones por segundo emitidos.

Notas: Se trata de velocidad no relativista, por lo que no hay que tener en cuenta dilatación temporal. Se calcula como si los  $10^{10}$  neutrones se han producido simultáneamente y se ignora el segundo asociado al dato de tasa de emisión por segundo, ya que se puede considerar despreciable ese segundo frente al valor dado de vida promedio  $\tau$ .

#### B. Pregunta 5.-

a) A partir de la energía cinética que se lleva el núcleo de helio calculamos su velocidad, considerando la masa dada sin cálculos relativistas

$$25\% E_{\text{liberada}} = E_{c\ \text{núcleo helio}} = \frac{1}{2} m_{\text{He}} v^2$$

$$\frac{25}{100} \cdot 17,55 \cdot 10^6 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = \frac{1}{2} \cdot 6,62 \cdot 10^{-27} \cdot v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{0,25 \cdot 17,55 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{0,5 \cdot 6,62 \cdot 10^{-27}}} = 1,46 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

(La velocidad es  $1,46 \cdot 10^7 / 3 \cdot 10^8 = 0,05 = 5\%$  de la velocidad de la luz, es válido asumir no relativista)

$$\lambda_{De\ Broglie} = \frac{h}{p} = \frac{h}{m v} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{6,62 \cdot 10^{-27} \cdot 1,46 \cdot 10^7} = 6,85 \cdot 10^{-15} \text{ m}$$





$$75\% E_{\text{liberada}} = E_{\text{fotón}} = hf = h \frac{c}{\lambda}$$

$$b) \frac{75}{100} \cdot 17,55 \cdot 10^6 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,75 \cdot 17,55 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 9,4 \cdot 10^{-14} \text{ m}$$

## 2015-Modelo

### A. Pregunta 5.-

$$E_{\text{fotones incidentes con } f_{\text{umbral}}} = h \cdot f_{\text{umbral}} = W$$

$$W = h \cdot \frac{c}{\lambda_{\text{umbral}}} = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{262 \cdot 10^{-9}} = 7,58 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

(La carga del electrón no es dato, pero serían teniéndola se podría indicar también  $W=4,74 \text{ eV}$ )

$$E_{\text{fotones incidentes}} = W + E_{c \text{ máx}} \Rightarrow h \cdot \frac{c}{\lambda} = W + \frac{1}{2} m v_{\text{máx}}^2$$

$$b) v_{\text{máx}} = \sqrt{2 \cdot \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{175 \cdot 10^{-9}} - 7,58 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 9,1 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

### B. Pregunta 5.-

a) Nota (similar a 2013-Junio-A4, 2011-Junio-B. Cuestión 3): Hay dos términos distintos relacionados, ambos con unidades de tiempo, y que es muy importante no confundir -  $\tau$  (mean lifetime): "tiempo de vida [media]": promedio estadístico de vida de una partícula antes de desintegrarse.

-  $T_{1/2}$  (half-life): "periodo de semidesintegración, semivida, vida mitad": tiempo necesario para que se desintegren la mitad de los núcleos de una muestra inicial de una sustancia radiactiva  
 Enunciado es poco claro porque utiliza "vida media" que es ambiguo en español, por una mala traducción del inglés ya que en español media es polisémico y significa tanto media estadística (mean) como mitad (half).

Sería deseable que el enunciado no usase "vida media" sino algo que no diera lugar a dudas; lo importante es dejar claro en la solución que existen ambos significados, y decir que se opta por uno de los dos y por qué. Entre ambos hay una diferencia numérica  $T_{1/2} = \ln(2) \cdot \tau$ .

En este caso tomamos "vida media" como periodo de semidesintegración ("half-life") del Uranio-238 (Si se tomase como vida promedio, los resultados tendrían otros valores numéricos)

<http://www.astro.caltech.edu/~dperley/public/isotopetable.html>

[http://web.stanford.edu/dept/EHS/prod/researchlab/radlaser/RSDS\\_sheets/U-Nat.pdf](http://web.stanford.edu/dept/EHS/prod/researchlab/radlaser/RSDS_sheets/U-Nat.pdf)

<http://www.epa.gov/radiation/radionuclides/uranium.html>

$$a) \lambda = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}} = \frac{\ln 2}{4,51 \cdot 10^9} = 1,54 \cdot 10^{-10} \text{ año}^{-1}$$

b) El dato de ser esférico y 3 m de radio no lo utilizamos, ya que la ley de variación de la concentración (llamamos C y  $C_0$ ) es la misma que para el número de núcleos, ya que el volumen del meteorito es constante.

Lo podríamos realizar cualitativamente: como en el mismo volumen la concentración se ha reducido a la mitad, el número de núcleos radiactivos también, y el tiempo transcurrido es precisamente el periodo de semidesintegración.

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N/V}{N_0/V} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{C}{C_0} = e^{-\lambda t}$$

$$\frac{2,5 \cdot 10^{12}}{5 \cdot 10^{12}} = e^{-1,54 \cdot 10^{-10} \cdot t} \Rightarrow \ln 1/2 = -1,54 \cdot 10^{-10} \cdot t \Rightarrow t = \frac{\ln 1/2}{-1,54 \cdot 10^{-10}} = 4,5 \cdot 10^9 \text{ años}$$

## 2014-Septiembre





### A. Pregunta 5.-

$$E_{\text{fotones incidentes con } f_{\text{umbral}}} = h \cdot f_{\text{umbral}} = W$$

$$a) f_{\text{umbral}} = \frac{W}{h} = \frac{2,20 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}}}{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = 5,32 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{5,32 \cdot 10^{14}} = 5,64 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 564 \text{ nm}$$

$$E_{\text{fotones incidentes}} = W + E_{c\text{máx}} \Rightarrow h \cdot \frac{c}{\lambda} = W + \frac{1}{2} m v_{\text{máx}}^2$$

$$b) v_{\text{máx}} = \sqrt{2 \cdot \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{390 \cdot 10^{-9}} - 2,20 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 5,89 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

### B. Pregunta 5.-

a) Utilizando la ley de desintegración radiactiva, calculamos la vida media = vida promedio  $\tau = 1/\lambda$

$$N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -\frac{t}{\tau} \Rightarrow \tau = \frac{-t}{\ln\left(\frac{N}{N_0}\right)} = \frac{-10}{\ln\left(\frac{3,58 \cdot 10^{24}}{6,27 \cdot 10^{24}}\right)} = 17,84 \text{ años}$$

b) El periodo de semidesintegración está relacionado con la vida promedio, siendo ligeramente inferior (con la vida promedio se han desintegrado 1/e, con el periodo de semidesintegración sólo 1/2)  $T_{1/2} = \ln(2) \tau = \ln(2) 17,84 = 12,37 \text{ años}$

### 2014-Junio-Coincidentes

#### A. Pregunta 5.-

a) Utilizando la ley de desintegración radiactiva con actividades

$$\frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{10}{20} = e^{-\lambda \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} \Rightarrow \ln(2) = \lambda \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \Rightarrow \lambda = \frac{\ln(2)}{365 \cdot 24 \cdot 3600} = 2,2 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-1}$$

También podríamos haber visto que según el enunciado 1 año es la semivida o periodo de semidesintegración, y relacionarlo con la constante de desintegración.

$$b) \frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{10}{200} = e^{-2,2 \cdot 10^{-8} \cdot t} \Rightarrow \ln(20) = 2,2 \cdot 10^{-8} \cdot t \Rightarrow t = \frac{\ln(20)}{2,2 \cdot 10^{-8}} = 1,36 \cdot 10^8 \text{ s} \approx 4,3 \text{ años}$$

#### B. Pregunta 5.-

$$a) \text{ Para un fotón } E = hf = h \frac{c}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{500 \cdot 10^{-9}} = 3,98 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,49 \text{ eV}$$

$$P = \frac{E_{\text{total}}}{t} = \frac{n_{\text{fotones}} \cdot E_{\text{fotón}}}{t} \text{ Si tomamos 1 segundo}$$

$$\frac{n_{\text{fotones}}}{1 \text{ s}} = \frac{P}{E_{\text{fotón}}} = \frac{1}{3,98 \cdot 10^{-19}} = 2,51 \cdot 10^{18} \text{ fotones/s}$$

b) Según la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$E_{\text{incidente}} = W_{\text{extracción}} + E_{c\text{máx}}$$

$$E_{c\text{máx}} = E_{\text{incidente}} - W_0 = 2,49 - 2,1 = 0,39 \text{ eV} = 6,24 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

### 2014-Junio

#### A. Pregunta 5.-

$$a) E_{\text{fotones incidentes}} = W + E_{c\text{máx}}$$

$$E_{c\text{máx}} = E_{\text{fotones incidentes}} - W = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot \left(\frac{3 \cdot 10^8}{662 \cdot 10^{-9}}\right) - 1,3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 9,2 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

b) Para calcular la longitud de onda de De Broglie necesitamos conocer la velocidad de los electrones. Asumiendo velocidad no relativista

$$E_{c\text{máx}} = \frac{1}{2} m v_{\text{máx}}^2 \Rightarrow v_{\text{máx}} = \sqrt{2 \frac{E_{c\text{máx}}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,2 \cdot 10^{-20}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 4,5 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

$$\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{m v} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 4,5 \cdot 10^5} = 1,62 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$







Ojo a utilizar los datos y valores dados en el enunciado.

**B. Pregunta 5.-**

a) Utilizando la ley de desintegración radiactiva, calculamos primero la vida promedio  $\tau=1/\lambda$

$$N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -\frac{t}{\tau} \Rightarrow \tau = \frac{-t}{\ln(N/N_0)} = \frac{-22}{\ln(1/5)} = 13,67 \text{ días}$$

El periodo de semidesintegración está relacionado con la vida promedio, siendo ligeramente inferior (con la vida promedio se han desintegrado 1/e, con el periodo de semidesintegración sólo 1/2)

$$T_{1/2} = \ln(2) \tau = \ln(2) 13,67 = 9,48 \text{ días}$$

b)  $A = \lambda N$

Calculamos la constante de desintegración en  $s^{-1}$  a partir de la vida promedio

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{13,67 \cdot 24 \cdot 3600} = 8,47 \cdot 10^{-7} s^{-1}$$

En el instante inicial conocemos el número de núcleos radiactivos.

$$A_0 = \lambda N_0 = 8,47 \cdot 10^{-7} \cdot 87000 = 7,37 \cdot 10^{-2} Bq [Desintegraciones/s]$$

A los 22 días conocemos el número de núcleos radiactivos, que es 1/5 de los iniciales

$$A_{22 \text{ días}} = \lambda N_{22 \text{ días}} = \lambda \frac{N_0}{5} = 1,47 \cdot 10^{-2} Bq [Desintegraciones/s]$$

**2014-Modelo**

**A. Pregunta 5.-**

a) Calculamos la constante de desintegración para ambos isótopos A y B

$$T_{\frac{1}{2}A} = \frac{\ln 2}{\lambda_A} \Rightarrow \lambda_A = \frac{\ln 2}{1600} = 4,3 \cdot 10^{-4} \text{ año}^{-1}$$

$$T_{\frac{1}{2}B} = \frac{\ln 2}{\lambda_B} \Rightarrow \lambda_B = \frac{\ln 2}{1000} = 6,9 \cdot 10^{-4} \text{ año}^{-1}$$

Si inicialmente tenían la misma cantidad de núcleos pero actualmente la roca A tiene el doble que B podemos plantear

$$N_A = N_0 e^{-\lambda_A t}$$

$$N_B = N_0 e^{-\lambda_B t}$$

Sustituyendo en la segunda  $N_A=2N_B$  y dividiendo la primera entre la segunda tenemos

$$2 = e^{-\lambda_A t + \lambda_B t} \Rightarrow \ln 2 = t \cdot (\lambda_B - \lambda_A) \Rightarrow t = \frac{\ln 2}{6,9 \cdot 10^{-4} - 4,3 \cdot 10^{-4}} = 2666 \text{ años}$$

b)  $A_A = \lambda_A N_A = \lambda_A N_0 e^{-\lambda_A t}$

$$A_B = \lambda_B N_B = \lambda_B N_0 e^{-\lambda_B t}$$

Dividimos la primera entre la segunda para comparar

$$\frac{A_A}{A_B} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} e^{-\lambda_A t + \lambda_B t} \quad \text{Sustituyendo para } t=2500 \text{ años} \quad \frac{A_A}{A_B} = \frac{4,3 \cdot 10^{-4}}{6,9 \cdot 10^{-4}} e^{2500(6,9 \cdot 10^{-4} - 4,3 \cdot 10^{-4})} = 1,19$$

Por lo tanto tendrá mayor actividad el isótopo A (que tiene mayor periodo de semidesintegración)

**B. Pregunta 5.-**

a) Se trata de una velocidad próxima a la de la luz y hay que utilizar la corrección relativista

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{2,7 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^8} = 0,9 \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0,9^2}} = 2,29$$

$$m = \gamma m_0 = 2,29 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} = 3,82 \cdot 10^{-27} kg$$

La cantidad de movimiento es un vector con mismo sentido y dirección que el vector velocidad.

Indicamos solamente el módulo

$$p = m v = 3,82 \cdot 10^{-27} \cdot 2,7 \cdot 10^8 = 1,03 \cdot 10^{-18} kg m/s$$

b) Ambas son velocidades relativistas. La primera es la del apartado a.

$$\beta_2 = \frac{v_2}{c} = \frac{2,85 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^8} = 0,95 \quad \gamma_2 = \frac{1}{\sqrt{1-\beta_2^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0,95^2}} = 3,2$$





Calculamos la energía relativista total a cada velocidad. Se pueden usar expresiones

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4 \quad (\text{expresión equivalente a } E = \gamma m_0 c^2)$$

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \gamma_2 m_0 c^2 - \gamma_1 m_0 c^2 = (\gamma_2 - \gamma_1) m_0 c^2 = (3,2 - 2,29) \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 1,37 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

### 2013-Septiembre

#### A. Pregunta 4.-

a) La frase “2000 desintegraciones por hora en ambas muestras” tiene algo de ambigüedad; se puede interpretar como en ambas muestras simultáneamente (suma de desintegraciones de ambas, actividad conjunta) o en cada una de las muestras (desintegraciones de cada una por separado, actividad individual de cada muestra). La interpretación correcta es en cada una de las muestras, con lo que podemos obtener el periodo de semidesintegración. La resolución puede ser de forma cualitativa o mediante ecuaciones:

De forma cualitativa: Si en la actualidad se detectan las mismas desintegraciones por hora en cada una de las muestras, quiere decir que tienen la misma actividad, y como  $A = \lambda N$ , y se trata del mismo material radioactivo (misma  $\lambda$ ), tendremos la misma cantidad de núcleos ( $N$ ), por lo que tendremos la misma masa. Si la muestra A hace 3 meses cuando se preparó tenía el doble de cantidad de isótopo que la B ahora, quiere decir que en esos 3 meses la cantidad de núcleos radioactivos se ha reducido a la mitad, por lo que el periodo de semidesintegración es de 3 meses.

Mediante ecuaciones:

$$N_{0A} = 2 N_{0B}$$

$$T_{1/2} = T_{1/2A} = T_{1/2B}; \lambda = \lambda_A = \lambda_B \quad (\text{mismo isótopo})$$

$$t_A = t_B + 3 \text{ meses}$$

Planteamos en general con  $t$  en meses, y sustituimos los valores

$$A_A = A_{0A} 2^{\frac{-t_A}{T_{1/2}}} = \lambda N_{0A} 2^{\frac{-t_A}{T_{1/2}}} \Rightarrow 2000 = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} 2 N_{0B} 2^{\frac{-t_A}{T_{1/2}}}$$

$$A_B = A_{0B} 2^{\frac{-t_B}{T_{1/2}}} = \lambda N_{0B} 2^{\frac{-t_A+3}{T_{1/2}}} \Rightarrow 2000 = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} N_{0B} 2^{\frac{-t_A+3}{T_{1/2}}}$$

Dividiendo segunda entre primera  $1 = \frac{1}{2} 2^{\frac{-t_A+3+t_A}{T_{1/2}}} \Rightarrow T_{1/2} = 3 \text{ meses}$

b)  $T_{\frac{1}{2}} = 3 \text{ meses} = 3/12 \text{ años} = 0,25 \text{ años}$   $T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{0,693}{0,25} = 2,772 \text{ años}^{-1}$

$$A = A_0 e^{-\lambda t} = 2000 \text{ desintegraciones/hora} \cdot e^{-2,772 \text{ años}^{-1} \cdot 1 \text{ año}} = 125 \text{ desintegraciones/hora}$$

#### B. Pregunta 4.-

a) Primero calculamos la energía de un electrón en reposo, que es la energía asociada a su masa

$$E = mc^2 = 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 8,2 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

Ahora calculamos la longitud de onda de un fotón que tenga esa energía

$$E = hf; c = \lambda f; \rightarrow E = hc/\lambda \rightarrow \lambda = hc/E = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / 8,2 \cdot 10^{-14} = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

b)  $f = c/\lambda = 3 \cdot 10^8 / 2,43 \cdot 10^{-12} = 1,23 \cdot 10^{20} \text{ Hz}$

Corresponde a rayos gamma.

### 2013-Junio-Coincidentes

#### A. Pregunta 5.-

a) Según la teoría de la relatividad, la “masa relativista” de una partícula en movimiento es:

$$m = \gamma m_0$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \Rightarrow \beta = \frac{2 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^8} = \frac{2}{3} \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (2/3)^2}} = 1,34$$

$$m = \gamma m_0 = 1,34 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} = 1,22 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

b) La energía total relativista de una partícula con masa en movimiento es





$$E = \gamma m_0 c^2$$

$$\beta = 0,8 \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-0,8^2}} = 1,67$$

$$E = 1,67 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 1,37 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

### B. Pregunta 5.-

a) Según la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$E_{\text{incidente}} = W_{\text{extracción}} + E_{\text{cmáx}}$$

$$E_{\text{cmáx}} = \frac{h \cdot c}{\lambda} - h f_{\text{umbral}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,2 \cdot 10^{-6}} - 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{14} = 7,96 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

b) El potencial de frenado está asociado a frenar los electrones que son emitidos con la energía cinética máxima. Si convertimos la energía a eV, son 4,98 eV, luego el potencial de frenado de los electrones sería de 4,98 V.

### 2013-Junio

#### A. Pregunta 4.-

a) Nota (similar a 2011-Junio-B. Cuestión 3): Hay dos términos distintos relacionados, ambos con unidades de tiempo, y que es muy importante no confundir

-  $\tau$  (mean lifetime): "tiempo de vida [media]": promedio estadístico de vida de una partícula antes de desintegrarse.

-  $T_{1/2}$  (half-life): "periodo de semidesintegración, semivida, vida mitad": tiempo necesario para que se desintegren la mitad de los núcleos de una muestra inicial de una sustancia radiactiva

Enunciado es poco claro porque utiliza "vida media" que es ambiguo en español, por una mala traducción del inglés ya que en español media es polisémico y significa tanto media estadística (mean) como mitad (half).

Sería deseable que el enunciado no usase "vida media" sino algo que no diera lugar a dudas; lo importante es dejar claro en la solución que existen ambos significados, y decir que se opta por uno de los dos y por qué. Entre ambos hay una diferencia numérica  $T_{1/2} = \ln(2) \cdot \tau$ .

En este caso tomamos "vida media" como tiempo de vida promedio.

(Si se tomase como tiempo de semidesintegración, los resultados tendrían otros valores numéricos)

$$A = A_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = -\lambda t$$

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{25} = 0,04 \text{ años}^{-1} = 1,27 \cdot 10^{-9} \text{ s}^{-1}$$

$$\ln(0,7) = -0,04 \cdot t \Rightarrow t = 8,9 \text{ años}$$

$$b) A = \lambda N = 1,26 \cdot 10^{-9} \frac{1}{s} \cdot \frac{60 s}{1 \text{ min}} \cdot 10^9 \text{ núcleos} = 76,2 \text{ núcleos / min}$$

#### B. Pregunta 4.-

a)  $E_{\text{fotones incidentes}} = W + E_{\text{cmáx}}$

$$W = E_{\text{fotones incidentes}} - E_{\text{cmáx}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot (3 \cdot 10^8 / 350 \cdot 10^{-9}) - 2,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 1,68 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$W \text{ para 1 mol de electrones} = 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 1,68 \cdot 10^{-19} = 101136 \text{ J}$$

b) El potencial de frenado es el que frena todos los electrones con su  $E_{\text{cmáx}}$ , ya que toda su  $E_c$  pasa a  $E_p$ .  $V = E_p / q = 2,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} / 1,6 \cdot 10^{-19} = 2,5 \text{ V}$

### 2013-Modelo

#### A. Pregunta 5.-

$$a) T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{0,693}{5,27} = 0,131 \text{ años}^{-1}$$

Tras 10 años la masa que queda son  $m = m_0 e^{-\lambda t}$ ;  $m = 2 e^{-0,131 \cdot 10} = 0,54 \text{ g}$ , luego se han desintegrado  $2 - 0,54 = 1,46 \text{ g}$

$$b) \text{ En } 0,54 \text{ g del isótopo Co-60 tenemos } \frac{0,54 \text{ g}}{60 \text{ g/mol}} = 0,009 \text{ mol}$$

$$A = \lambda N = 0,131 \cdot 0,009 \text{ mol} \cdot 6,023 \cdot 10^{23} \text{ núcleos/mol} = 7,1 \cdot 10^{20} \text{ núcleos/año}$$





Para dar la actividad en unidades del SI, Bq = núcleos/s, tomamos un año como 365 días

$$A = 7,1 \cdot 10^{20} \text{ núcleos/año} \cdot \frac{1 \text{ año}}{365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}} = 2,25 \cdot 10^{13} \text{ Bq}$$

### B. Pregunta 5.-

a)  $W = h \cdot f_0 = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 2 \cdot 10^{14} = 1,324 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

$E_{\text{fotones incidentes}} = W + E_{\text{cmáx}}; E_{\text{cmáx}} = hf - W = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot (3 \cdot 10^8 / 10^{-7}) - 1,324 \cdot 10^{-19} = 1,85 \cdot 10^{-18} \text{ J}$

b) El potencial de frenado es el que frena todos los electrones con su  $E_{\text{cmáx}}$ , ya que toda su  $E_c$  pasa a  $E_p$ .

$V = E_p/q$ , luego necesitamos utilizar la carga del electrón aunque no se proporciona en el enunciado

$V = 1,85 \cdot 10^{-18} / 1,6 \cdot 10^{-19} = 11,56 \text{ V}$

### 2012-Septiembre

#### A. Pregunta 5.-

a)  $E_{\text{fotones incidentes}} = W + E_{\text{cmáx}}; h \cdot f_{\text{incidente}} = W + 1/2m(v_{\text{max}})^2;$

$f_{\text{incidente}} = (2,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} + 1/2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (1,5 \cdot 10^6)^2) / 6,63 \cdot 10^{-34} = 2,15 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$

$\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{m v} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 1,5 \cdot 10^6} = 4,85 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

b)  $h \cdot f_{\text{incidente}} = W + 1/2m(v_{\text{max}})^2; f_{\text{incidente}} = c/\lambda_{\text{incidente}};$

$\lambda_{\text{incidente}} = (6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8) / (2,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} + 1,9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}) = 2,825 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 282,5 \text{ nm}$

#### B. Pregunta 5.-

a)  $T_{\frac{1}{2}} = \ln \frac{2}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \ln \frac{2}{T_{\frac{1}{2}}} = 3,767 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1}$

$m = m_0 e^{-\lambda t}; m = 30 e^{-3,767 \cdot 10^{-4} \cdot 500} = 24,85 \text{ g}$

b)  $m = m_0 e^{-\lambda t}; 3 = 30 e^{-3,767 \cdot 10^{-4} \cdot t} \Rightarrow \ln(0,1) = -3,767 \cdot 10^{-4} \cdot t \Rightarrow t = 6112,5 \text{ años}$

### 2012-Junio

#### A. Pregunta 5.-

$t = 2 \cdot 24 \cdot 3600 = 172800 \text{ s}$

a)  $m = m_0 e^{-\lambda t}; 0,005 = 0,020 e^{-\lambda \cdot 172800} \Rightarrow \lambda = -\ln \frac{(0,005/0,020)}{172800} = 8 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$

*Si se desintegra el 90% queda el 10%*

b)  $m_0 \cdot 0,1 = m_0 e^{-\lambda t}; 0,1 = e^{-8 \cdot 10^{-6} \cdot t} \Rightarrow t = \frac{-\ln(0,1)}{8 \cdot 10^{-6}} = 287823 \text{ s} = 3,3 \text{ días}$

#### B. Pregunta 5.-

a)  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,6^2}} = 1,25$

$m = \gamma m_0 = 1,25 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$

b) La energía a suministrar es la diferencia entre la energía entre ambas situaciones

En reposo su energía es  $E = m_0 c^2$

A velocidades relativistas  $E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4 = m_0^2 c^4 \gamma^2$

Restando ambas obtenemos la energía cinética relativista  $E_c = m_0 c^2 (\gamma - 1)$  que en este caso es

$E_c = 10^{-6} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 (1,25 - 1) = 2,25 \cdot 10^{10} \text{ J}$

### 2012-Modelo

#### A. Pregunta 4.-

$W = h f_0 = E_{\text{fotón}} - E_{\text{cinética máxima}} = h \cdot f - E_{\text{cinética máxima}}$

a)  $W = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 8 \cdot 10^{14}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}} - 1 = 3,315 - 1 = 2,315 \text{ eV}$





$$W = hf_0; f_0 = \frac{2,315 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 5,5867 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

b)  $c = \lambda_0 f_0; \lambda_0 = \frac{3 \cdot 10^8}{5,5867 \cdot 10^{14}} = 5,37 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 537 \text{ nm}$

### B. Pregunta 4.-

$$A = A_0 e^{-\lambda t}; \frac{A}{A_0} = e^{-\lambda \cdot t}; 0,8 = e^{-\lambda \cdot 2}; \ln(0,8) = -\lambda \cdot 2; \lambda = \frac{-\ln(8)}{2} = 0,1116 \text{ h}^{-1}$$

a)  $T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda} = 6,2 \text{ h}$

b)  $m = m_0 e^{-\lambda t}; m = 100 e^{-0,1116 \cdot 20} = 10,73 \text{ g}$

### 2011-Septiembre-Coincidentes

#### A. Cuestión 3.-

a)  $E = hf = h \frac{c}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{350 \cdot 10^{-9}} = 5,68 \cdot 10^{-19} \frac{\text{J} \cdot 1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 3,55 \text{ eV}$   
 $E_{\text{incidente}} = W_{\text{extracción}} + E_{c \text{ máx}}$

b)  $E_{c \text{ máx}} = E_{\text{incidente}} - W_0 = 3,55 - 2 = 1,55 \text{ eV} = 1,55 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 2,48 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

$$\frac{1}{2} m v_{\text{máx}}^2 = 2,48 \cdot 10^{-19} \text{ J} \Rightarrow v_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,48 \cdot 10^{-19}}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 7,38 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

#### B. Problema 2.-

a)  $T_{\frac{1}{2}} = \ln \frac{2}{\lambda} = \frac{0,693}{0,13} = 5,33 \text{ años}$

b)  $\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,13} = 7,69 \text{ años}$

c) En 20 g del isótopo tenemos  $\frac{20 \text{ g}}{59,93 \text{ g/mol}} = 0,33 \text{ mol}$

$$A = \lambda N = 0,13 \cdot 0,33 \text{ mol} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ núcleos/mol} = 2,58 \cdot 10^{22} \text{ núcleos/año}$$

Para dar la actividad en unidades del SI, Bq = núcleos/s, tomamos un año como 365 días

$$A = 2,58 \cdot 10^{22} \text{ núcleos/año} \cdot \frac{1 \text{ año}}{365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}} = 8,18 \cdot 10^{14} \text{ Bq}$$

d)  $\frac{A}{A_0} = \frac{m}{m_0} = \frac{5}{20} = e^{-0,13 \cdot t}; \ln(0,25) = -0,13 \cdot t; t = \frac{-1,386}{-0,13} = 10,67 \text{ años}$

### 2011-Septiembre

#### A. Problema 2.-

Solución casi idéntica a 2001-Modelo-A-Problema 2, no se repite todo

Única diferencia en datos: en este enunciado dato  $1,8 \cdot 10^{-7} \text{ m}$  y en el anterior era  $1,78 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

El desarrollo sería el mismo, con variaciones en valores numéricos

a)  $c = \lambda_2 f_2 \Rightarrow f_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,8 \cdot 10^{-7}} = 1,67 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$

$$h \cdot (2,5 \cdot 10^{15} - 1,67 \cdot 10^{15}) = -6,08 \cdot 10^{-19} + 1,15 \cdot 10^{-18}$$

$$h = 5,42 \cdot 10^{-19} / 8,3 \cdot 10^{14} = 6,53 \cdot 10^{-34} \text{ Js (del orden de magnitud de su valor correcto } 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js)}$$

Nota: no se da el valor real en el enunciado pero comprobamos cómo se aproxima al valor real

$$\text{Error relativo} = \frac{|h_{\text{obtenida}} - h_{\text{real}}|}{h_{\text{real}}} = \frac{6,53 \cdot 10^{-33} - 6,63 \cdot 10^{-34}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 0,015 = 1,5 \%$$

b)  $W_{\text{extracción}} = 6,53 \cdot 10^{-34} \cdot 2,5 \cdot 10^{15} - 1,15 \cdot 10^{-18} = 4,825 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

### 2011-Junio-Coincidentes

#### A. Problema 2.-





$$a) E = hf = h \frac{c}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{300 \cdot 10^{-9}} = 6,63 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 6,63 \cdot 10^{-19} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 4,14 \text{ eV}$$

$$b) W_0 = E_{\text{incidente}} - E_{c\text{máx}} = 4,14 - 1,65 = 2,49 \text{ eV} = 2,49 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{eV}} = 3,98 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

c) Si aumentamos la longitud de onda, la frecuencia será algo más baja, y la energía de los fotones incidentes también. Si es suficiente para producir el efecto fotoeléctrico, emitirá electrones con menor energía cinética.

$$E_{c\text{máx}} = E_{\text{incidente}} - W_0 = h \frac{c}{\lambda} - W_0 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{400 \cdot 10^{-9}} - 3,98 \cdot 10^{-19} = 9,93 \cdot 10^{-20} \text{ J} = 0,62 \text{ eV}$$

d) Se producirá cuando los fotones incidentes tengan una energía igual a la función trabajo del litio

$$W_0 = h \frac{c}{\lambda_{\text{máx}}} \Rightarrow \lambda_{\text{máx}} = h \frac{c}{W_0} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3,98 \cdot 10^{-19}} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 500 \text{ nm}$$

### B. Cuestión 3.-

$$a) \lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 10^5} = 7,28 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 7,28 \text{ nm}$$

$$b) \text{ La energía de cada fotón del haz de luz sería } E = h\nu = h \frac{c}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{7,28 \cdot 10^{-9}} = 2,73 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

### 2011-Junio

#### B. Cuestión 3.-

*Nota: Hay dos términos distintos relacionados, ambos con unidades de tiempo, y que es muy importante no confundir*

-  $\tau$  (mean lifetime): “tiempo de vida [media]”: promedio estadístico de vida de una partícula antes de desintegrarse.

-  $T_{1/2}$  (half-life): “periodo de semidesintegración, semivida, vida mitad”: tiempo necesario para que se desintegren la mitad de los núcleos de una muestra inicial de una sustancia radiactiva

*Enunciado es poco claro porque utiliza “vida media” que es ambiguo en español, por una mala traducción del inglés ya que en español media es polisémico y significa tanto media estadística (mean) como mitad (half).*

*Sería deseable que el enunciado no usase “vida media” sino algo que no diera lugar a dudas; lo importante es dejar claro en la solución que existen ambos significados, y decir que se opta por uno de los dos y por qué. Entre ambos hay una diferencia numérica  $T_{1/2} = \ln(2) \cdot \tau$ .*

*En este caso tomamos “vida media” como periodo de semidesintegración, que coincide con el dato real del periodo de semidesintegración para el isótopo de Radio 226 que es de 1602 años.*

*(Si se tomase como vida promedio, los resultados tendrían otros valores numéricos)*

$$a) \lambda = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}} = \ln \frac{2}{1600} = 4,33 \cdot 10^{-4} \text{ año}^{-1} = \ln \frac{2}{1600 \cdot 365,25 \cdot 24 \cdot 3600} = 1,37 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1}$$

$$A = A_0 e^{-\lambda t}; \frac{A}{A_0} = e^{-4,33 \cdot 10^{-4} \cdot 500} = e^{-0,2165} = 0,805 = 80,5 \%$$

La actividad es proporcional a la masa, por lo que quedará el 80,5 % de la masa inicial que supone  $80 \cdot 0,805 = 64,4 \text{ mg}$

$$b) \text{ Si queremos que } \frac{A}{A_0} = 0,25 = e^{-4,33 \cdot 10^{-4} \cdot t}; \ln(0,25) = -4,33 \cdot 10^{-4} \cdot t; t = \frac{-1,386}{-4,33 \cdot 10^{-4}} = 3200,9 \text{ años}$$

### 2011-Modelo

#### B. Cuestión 3.-

*Enunciado y solución idénticos a Modelo 2010, B, Cuestión 3*

### 2010-Septiembre-Fase Específica

#### B. Cuestión 3.-





$$a) \lambda = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}} = \frac{\ln 2}{5730} = 1,21 \cdot 10^{-4} \text{ año}^{-1}$$

$$b) A = A_0 e^{-\lambda t}; 0,163 = 0,25 e^{-1,21 \cdot 10^{-4} t}; \ln\left(\frac{0,163}{0,25}\right) = -1,21 \cdot 10^{-4} t; t = 3534,8 \text{ años}$$

### 2010-Septiembre-Fase General

#### A. Cuestión 3.-

a) La energía de los fotones depende de la frecuencia de la luz, no de la intensidad, por lo que no variaría la energía cinética máxima de los electrones emitidos. El aumento de intensidad sólo provocará que haya un mayor número de electrones emitidos.

$$h \cdot f = h \cdot f_0 + E_{c \text{ máx}}$$

b) La frecuencia ultravioleta tiene una longitud de onda menor y frecuencia mayor que la del amarillo, por lo que los fotones tienen mayor energía y la energía cinética máxima de los electrones emitidos será mayor.

#### B. Cuestión 3.-

a) El defecto de masa en los núcleos atómicos, que se representa por  $\Delta m$ , es la diferencia entre su masa medida experimentalmente y la calculada para sistema de partículas desligadas que lo forman:  $\Delta m = \text{Masa calculada (A,Z)} - \text{Masa Experimental}$ . De manera breve se puede decir que es la diferencia de masa entre los nucleones libres y los ligados.

$$\Delta m = m_p + 2 m_n - m_{\text{tritio}} = 1,0073 + 2 \cdot 1,0087 - 3,016 = 0,0087 \text{ u} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg/u} = 1,4529 \cdot 10^{-29} \text{ kg}$$

b) La energía de enlace por nucleón se obtiene dividiendo la energía de enlace del núcleo por sus A nucleones:  $E_{\text{me}} = (E_c/A)$ . La energía de enlace es la energía necesaria para separar los nucleones de un núcleo, o lo que es lo mismo la energía que se libera cuando se unen los nucleones para formar el núcleo. El origen de la energía de enlace es el defecto de masa  $\Delta m$ , que tiene una equivalencia en energía según la ecuación  $E = m c^2$

$$E_{\text{enlace}} = \frac{\Delta m \cdot c^2}{A} = \frac{1,4529 \cdot 10^{-29} \cdot (3 \cdot 10^8)^2}{3} = 4,3587 \cdot 10^{-13} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 2,72 \cdot 10^6 \text{ eV} = 2,72 \text{ MeV}$$

### 2010-Junio-Coincidentes

#### A. Cuestión 3.-

a) Correcto. La actividad mide la velocidad de desintegración  $A(t) = \frac{-d}{dt} N(t); A = A_0 e^{-\lambda t}$  Si

queremos conocer la constante de desintegración  $\lambda$  necesitamos los valores de actividad en dos instantes de tiempo conocidos.

Otra opción para obtener la constante de desintegración a partir de la actividad en un instante sería conocer el número de núcleos radiactivos en ese instante, con lo que  $\lambda = A/N$ .

Cualitativa/matemáticamente: la desintegración sigue una curva exponencial descrita por la constante de desintegración. Conocer la actividad en un instante dado solamente nos permite saber por dónde pasa la curva, pero no describirla.

b) Correcto. La radiación beta son electrones desprendidos en un proceso radiactivo. Al tener carga sí son sensibles a los campos magnéticos según la ley de Lorentz. La radiación gamma es un tipo de radiación electromagnética formada por fotones. Al no tener carga los fotones no son sensibles a los campos magnéticos.

#### B. Cuestión 3.-

a) Correcto. La expresión del efecto fotoeléctrico de Einstein  $E_{\text{fotón incidente}} = W_0 + E_{c \text{ máx}}$  que refleja la conservación de energía: indica que la energía incidente se utiliza en realizar el trabajo de extracción ( $\Phi$  ó  $W_0$ ) y en aportarle energía cinética.

Los fotones que se absorben son partículas sin masa ni carga y su energía es  $E = hf$ .

Los fotoelectrones emitidos son los electrones emitidos por efecto fotoeléctrico que son partículas con masa y carga, y al hablar de la energía que tienen se puede hablar tanto de la energía asociada a su masa  $E = mc^2$  como energía potencial eléctrica y energía cinética. La función trabajo es energía ganada por el electrón y que se puede decir que tiene el electrón: si el electrón no es extraído sino





que solamente pasa a un nivel energético superior del átomo, el electrón “devuelve” esa energía emitiéndola en forma de fotón cuando regresa al nivel energético inferior original.

Dado que el enunciado al hablar de “la energía de los fotoelectrones” no menciona explícitamente que se refiera solo a la cinética, hay que entender que hay que tratar la que tiene globalmente, por lo que la afirmación es correcta.

Nota: Si considerásemos que el enunciado al hablar de “la energía de los fotoelectrones” se refiere solamente a la energía cinética, sí sería una afirmación incorrecta.

b) Incorrecto. La radiación blanca es una radiación que contiene todas las frecuencias visibles, desde el rojo visible (por encima del infrarrojo que no es visible) que es la frecuencia más baja, hasta el violeta (por debajo del ultravioleta que no es visible). La radiación roja tiene la frecuencia menor del espectro visible y es la menos energética, ya que para los fotones  $E=hf$ , y a menor frecuencia menor energía. Como la energía de los fotones incidentes se utiliza en realizar el trabajo de extracción y en aportar energía cinética, los fotones de a radiación roja emitirán fotoelectrones con menor energía cinética que el resto de fotones del espectro visible que componen en blanco.

### B. Problema 2.-

d) Utilizamos la velocidad, masa y valor de constante de Planck aportadas en el enunciado. Para usar unidades del SI convertimos la masa dada en g a kg.

$$\lambda_{De\ Broglie} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{2,32 \cdot 10^{-26} \cdot 10^5} = 2,86 \cdot 10^{-13} \text{ m}$$

### 2010-Junio-Fase Especifica

#### A. Cuestión 3.-

$$\lambda_{De\ Broglie} = \frac{h}{p}; p = mv; E_c = \frac{1}{2} m v^2; v = \sqrt{2 \frac{E_c}{m}}$$

$$p = \sqrt{2 m E_c}$$

a)

$$\frac{\lambda_{De\ Broglie 2}}{\lambda_{De\ Broglie 1}} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{p_1}{p_2} = \sqrt{\frac{2 m_1 E_{c1}}{2 m_2 E_{c2}}} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \sqrt{50}$$

$$\frac{\lambda_{De\ Broglie 1}}{\lambda_{De\ Broglie 2}} = \frac{p_2}{p_1} = 500 = \sqrt{\frac{2 m_1 E_{c1}}{2 m_2 E_{c2}}} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$$

b)

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{2 \frac{E_{c1}}{m_1}}{2 \frac{E_{c2}}{m_2}}} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = \frac{1}{500}$$

#### B. Cuestión 3.-

a)  $E = hf = h \frac{c}{\lambda}; \lambda = h \frac{c}{E} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2 \text{ eV} \cdot 1,16 \cdot 10^{-19} \text{ eV/J}} = 8,57 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 857 \text{ nm}$

$$E_{total} = E_{extracción} + E_{cinética\ máx}$$

b)  $E_{total} = h \frac{c}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{600 \cdot 10^{-9}} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,16 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 2,07 \text{ eV}$

$$E_{cinética\ máx} = E_{total} - E_{extracción} = 2,07 - 2 = 0,07 \text{ eV}$$

### 2010-Junio-Fase General

#### B. Cuestión 3.-

a) La actividad es proporcional a la masa, si se han desintegrado el 10 % de los núcleos la masa de núcleos radiactivos también se ha reducido en un 10% y queda un 90% de la masa inicial.







$$A = A_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow m = m_0 e^{-\lambda t}; \frac{m}{m_0} = \frac{A}{A_0} = 0,90 = e^{-\lambda t}; \ln(0,9) = -\lambda \cdot 1; \lambda = 0,10536 h^{-1}$$

$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,69315}{0,10536} = 6,58 h$$

b)  $m = m_0 e^{-\lambda t}; m = 120 e^{-0,10536 \cdot 5} = 120 \cdot 0,59 = 70,8 g$

### 2010-Modelo

#### B. Cuestión 3.-

Calculamos la longitud de onda asociada a la energía de extracción del sodio, para compararla con las longitudes de ondas proporcionadas en apartados a y b, sabiendo que a menor longitud de onda la frecuencia y la energía es mayor.

$$c = \lambda \cdot \nu \Rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{E} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2,3 eV \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} J/eV} = 5,40 \cdot 10^{-7} m = 540 nm$$

a) Como  $680 nm > 540 nm$ , la frecuencia es menos energética y no produce efecto fotoeléctrico.

b) Como  $350 nm < 540 nm$ , la frecuencia es más energética y sí produce efecto fotoeléctrico.

(Nota: otra opción sería calcular la energía asociada a cada una de las longitudes de onda de apartados a y b y luego compararla con la energía de extracción del sodio, pero es algo más larga.

Por ejemplo para a sería

$$E = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{680 \cdot 10^{-9}} \cdot \frac{1 eV}{1,6 \cdot 10^{-19} J} = 1,83 eV < 2,3 eV, \text{ no produce efecto fotoeléctrico}$$

### 2009-Septiembre

#### Cuestión 5.-

a) Según la teoría de la relatividad, la masa de una partícula en movimiento es:

$$m = \gamma m_0; \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Donde  $m_0$  representa la masa de la partícula en reposo, que para el electrón calculamos a partir de la energía en reposo a partir de la expresión  $E = mc^2$ , con lo que tenemos

$$E_0 = m_0 c^2; m_0 = \frac{E_0}{c^2} = \frac{0,511 eV \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} J/eV}{(3 \cdot 10^8)^2} = 9,08 \cdot 10^{-31} kg$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0,8c)^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,64}} = 1,67$$

$$m = \gamma m_0 = 1,667 \cdot 9,08 \cdot 10^{-31} = 1,51 \cdot 10^{-30} kg$$

b) Se pide "energía relativista total", y la energía relativista es la suma de la energía cinética y de su energía en reposo.

Los cálculos son los mismos pero podemos plantearlos de dos maneras:

Utilizando la masa relativista obtenida en apartado anterior:

$$E_{\text{relativista total}} = m c^2 = 1,51 \cdot 10^{-30} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 1,36 \cdot 10^{-13} J \cdot \frac{1 eV}{1,6 \cdot 10^{-19} J} = 850000 eV = 0,85 MeV$$

Utilizando la expresión para obtener la energía relativista a partir de masa en reposo.

$$E_{\text{relativista total}} = \gamma m_0 c^2 = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2} = 1,36 \cdot 10^{-13} J = 0,85 MeV$$

#### A. Problema 2.-

a)  $\lambda_A = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}, A}} = \frac{\ln 2}{8,983 \cdot 10^5} = 7,7 \cdot 10^{-7} s^{-1}$

b)  $A_A = \lambda_A \cdot N_A; N_A = \frac{A_A}{\lambda_A}; N_{A_0} = \frac{A_{A_0}}{\lambda_A} = \frac{1,6 \cdot 10^{11} Bq}{7,7 \cdot 10^{-7} s^{-1}} = 2,078 \cdot 10^{17} \text{ Núcleos}$





$$c) A_A = A_{A_0} e^{-\lambda_A t}; \text{ Para } t = 45 \text{ días} = 45 \cdot 24 \cdot 3600 = 3,888 \cdot 10^6 \text{ s}$$

$$A_A = A_B = 1,6 \cdot 10^{11} \cdot e^{-7,7 \cdot 10^{-7} \cdot 3,888 \cdot 10^6} = 8,016 \cdot 10^9 \text{ Bq}$$

$$\text{A los 45 días } A_A = A_B = A_{B_0} e^{-\lambda_B t};$$

$$8,016 \cdot 10^9 = 8,5 \cdot 10^{11} e^{-\lambda_B \cdot 3,888 \cdot 10^6}$$

$$d) \ln\left(\frac{8,016 \cdot 10^9}{8,5 \cdot 10^{11}}\right) = -\lambda_B \cdot 3,888 \cdot 10^6$$

$$\lambda_B = \frac{-4,664}{-3,888 \cdot 10^6} = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

## 2009-Junio

### Cuestión 5.-

$$\lambda_A = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}, A}} = \frac{\ln 2}{1600} = 4,33 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1}; \lambda_B = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}, B}} = \frac{\ln 2}{1000} = 6,93 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1}$$

$$a) A_{A,0} = \lambda_A \cdot N_{A,0}; A_{B,0} = \lambda_B \cdot N_{B,0}; \text{ Como } N_{A,0} = N_{B,0} = 10^{15}$$

$$\frac{A_{A,0}}{A_{B,0}} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{4,33}{6,93} < 1 \text{ luego la actividad inicial de B era mayor}$$

b) Para dar la actividad en unidades del SI, Bq = núcleos/s, tomamos un año como 365 días, que se indica en el enunciado como dato (aunque no se indica expresamente dar en unidades SI, de hecho no se pide expresamente calcular valores de actividad, solamente comparar).

$$A_A = A_{A,0} e^{-\lambda_A t} = 4,33 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{15} e^{-4,33 \cdot 10^{-4} \cdot 3000} = 1,18 \cdot 10^{11} \frac{\text{Núcleos}}{\text{año}}$$

$$A_A = 1,18 \cdot 10^{11} \frac{\text{Núcleos}}{\text{año}} \cdot \frac{1 \text{ año}}{365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}} = 3742 \text{ Bq}$$

$$A_B = A_{B,0} e^{-\lambda_B t} = 6,93 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{15} e^{-6,93 \cdot 10^{-4} \cdot 3000} = 8,67 \cdot 10^{10} \frac{\text{Núcleos}}{\text{año}}$$

$$A_B = 8,67 \cdot 10^{10} \frac{\text{Núcleos}}{\text{año}} \cdot \frac{1 \text{ año}}{365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}} = 2749 \text{ Bq}$$

Por lo tanto el que mayor actividad tiene 3000 años después de su formación es el isótopo A  
 Otra forma de resolver este apartado, sería calcular primero el número de núcleos que quedan en la muestra sin desintegrar, y a continuación calcular la actividad mediante la expresión la expresión  $A = \lambda N$ . Para calcular el número de núcleos que no se han desintegrado se parte de la ley de

desintegración radiactiva:  $\frac{dN}{dt} = -\lambda N$ , integrando  $N = N_0 e^{-\lambda t}$

## 2009-Modelo

### Cuestión 5.

Se utiliza lo razonado en apartados anteriores sobre la la relación entre color del fotón y frecuencia.  
 d) Verdadero, ya que el fotón naranja tiene mayor frecuencia que el fotón rojo, y  $E = h f$ , siendo h la constante de Planck.

### A. Problema 2.-

$$\frac{\lambda_{228Ra}}{\lambda_{224Ra}} = \frac{\frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}, 228Ra}}}{\frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}, 224Ra}}} = \frac{3,66}{5,76 \cdot 365} = 0,00174 \text{ o también } \lambda_{224Ra} = 574,4 \lambda_{228Ra}$$

$$a) \frac{1}{T_{\frac{1}{2}, 224Ra}}$$

$$b) \frac{\tau_{228Ra}}{\tau_{224Ra}} = \frac{\frac{1}{\lambda_{228Ra}}}{\frac{1}{\lambda_{224Ra}}} = \frac{\lambda_{224Ra}}{\lambda_{228Ra}} = 574,4 \text{ o también } \tau_{224Ra} = 0,00174 \tau_{228Ra}$$





*El dato del gramo es irrelevante: simplemente tenemos el mismo número de núcleos*

c) 
$$A_{228Ra} = \lambda_{228Ra} \cdot N; A_{224Ra} = \lambda_{224Ra} \cdot N;$$

$$\frac{A_{228Ra}}{A_{224Ra}} = \frac{\lambda_{228Ra}}{\lambda_{224Ra}} = 0,00174$$

d) El tiempo necesario para que el número de núcleos radiactivos se reduzca a la cuarta parte de su valor inicial es igual a dos periodos de semidesintegración, ya que el número de núcleos radiactivos ha de reducirse a la mitad dos veces sucesivas.

$$\frac{t_{\frac{1}{4}, 228Ra}}{t_{\frac{1}{4}, 224Ra}} = \frac{2 \cdot T_{\frac{1}{2}, 228Ra}}{2 \cdot T_{\frac{1}{2}, 224Ra}} = \frac{5,76 \cdot 365}{3,66} = 574,4$$

## 2008-Septiembre

### Cuestión 5.-

a) Falso. La energía de los fotones depende de la frecuencia de la luz, no de la intensidad, por lo que no variaría la energía cinética máxima de los electrones emitidos. El aumento de intensidad sólo provocará que haya un mayor número de electrones emitidos.

$$h \cdot \nu = h \cdot \nu_0 + E_{c\text{máx}}$$

b) Falso. La luz ultravioleta tiene mayor frecuencia, luego es más energética que la amarilla y también producirá emisión de electrones.

### A. Problema 1.-

$$N_0 = \frac{2,1 \cdot 10^{24}}{10^{12}} = 2,1 \cdot 10^{12}$$

a) 
$$A_0 = \lambda N_0; \lambda = \frac{8,1}{2,1 \cdot 10^{12}} = 3,86 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-1}$$

$$A = A_0 e^{-\lambda \cdot t}; 0,01 = 8,1 e^{-3,86 \cdot 10^{-12} \cdot t}; \ln\left(\frac{0,01}{8,1}\right) = -3,86 \cdot 10^{-12} \cdot t; t = \frac{-6,697}{-3,86 \cdot 10^{-12}} = 1,735 \cdot 10^{12} \text{ s}$$

b) 
$$\frac{1,735 \cdot 10^{12} \text{ s}}{3600 \cdot 24 \cdot 365 \text{ s/año}} = 55016 \text{ años}$$

*Con tiempos mayores la actividad será menor de 0,01 Bq*

## 2008-Junio

### Cuestión 4.-

a) El potencial de frenado está asociado a la  $E_c$  que tienen los electrones emitidos:  $qV = E_c$

$$h \cdot f = h \cdot f_0 + E_c = W_0 + qV_{\text{Frenado}}$$

$$c = \lambda f \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda}$$

$$W_0 = h \frac{c}{\lambda} - qV_{\text{Frenado}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{200 \cdot 10^{-9}} - 1,48 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 7,58 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$W_0 = 7,58 \cdot 10^{-19} \frac{\text{J} \cdot 1 \text{ J}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ eV}} = 4,74 \text{ eV}$$

b) 
$$W_0 = h \cdot f_0 = \frac{h \cdot c}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{h \cdot c}{W_0} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{7,58 \cdot 10^{-19}} = 2,62 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 262 \text{ nm}$$

### Cuestión 5.-

a) Falso. Según la teorema de la relatividad, la masa de una partícula en movimiento es:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Donde  $m_0$  representa la masa de la partícula en reposo, luego la masa aumenta al

aumentar la velocidad y su masa será mayor.

b) Verdadero. Principio de conservación de la energía. La energía que se desprende al formarse el átomo viene expresada por:  $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$





## 2008-Modelo

### Cuestión 5.-

a) Falso, ya que haciendo cálculos, valor de longitud de onda De Broglie mínimo, asociado a la velocidad máxima con la que pueden salir los electrones, es mayor de  $10^{-9}$  m

$$h \cdot f = h \cdot f_0 + E_{c \text{ máx}} = W_0 + \frac{1}{2} m v^2$$

$$\text{Fotón } c = \lambda f \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda}$$

$$h \frac{c}{\lambda} - W_0 = \frac{1}{2} m v^2; \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{500 \cdot 10^{-9}} - 2,1 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV} = \frac{1}{2} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} v^2$$

$$\frac{6,18 \cdot 10^{-20} \cdot 2}{9,1 \cdot 10^{-31}} = v^2; v = 368543 \text{ m/s}$$

$$\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 368543} = 1,98 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

b) Verdadero, haciendo los cálculos  $W_0 = h \cdot f_0 \Rightarrow f_0 = \frac{W_0}{h} = \frac{2,1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 5,1 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

### B. Problema 2.-

a)  $Z=1$  ya que tiene sólo un protón.  $A=2$  ya que tiene dos nucleones: un protón y un neutrón

b)  $\Delta m = m_p + m_n - m_{\text{Deuterio}} = 1,0073 + 1,0087 - 2,0136 = 0,0024 \text{ u} = 4,008 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$

c)  $E_{\text{menlace}} = \frac{\Delta m \cdot c^2}{A} = \frac{4,008 \cdot 10^{-30} \cdot (3 \cdot 10^8)^2}{2} = 1,8036 \cdot 10^{-13} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}$

$$1,12725 \cdot 10^6 \text{ eV} = 1,12725 \text{ MeV}$$

d) Al acelerar el ión de deuterio mediante una diferencia de potencial, este gana energía cinética. La carga es la de un electrón, y su masa  $2,0136 \text{ u}$ .

$$qV = E_c = \frac{1}{2} m v^2; v = \sqrt{\frac{2qV}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2000}{2,0136 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}}} = 436260 \text{ m/s}$$

$$\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{2,0136 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 436260} = 4,52 \cdot 10^{-13} \text{ m}$$

## 2007-Septiembre

### Cuestión 5.-

a) Primero calculamos la longitud de onda en el vacío de un fotón de energía  $10^4 \text{ eV}$

$$c = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{E} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{10^4 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}} = 1,24 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 0,124 \text{ nm}$$

Ahora calculamos la energía cinética de un electrón con ese valor de longitud de onda de De Broglie

$$\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{mv}; v = \frac{h}{m \lambda_{\text{De Broglie}}}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \left( \frac{h}{m \lambda_{\text{De Broglie}}} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{h^2}{m \lambda_{\text{De Broglie}}^2} = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34})^2}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (1,24 \cdot 10^{-10})^2} = 1,57 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

$$E_c = 1,57 \cdot 10^{-17} \frac{\text{J} \cdot 1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 98,1 \text{ eV}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 0,0802^2 = 0,16 \text{ J} = 0,16 \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 10^{18} \text{ eV}$$

b)

$$\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{0,0802 \cdot 2} = 4,14 \cdot 10^{-33} \text{ m}$$

## 2007-Junio

### Cuestión 4.-

b) Tomamos el valor del módulo de la velocidad calculado en el apartado anterior





$$\lambda_{De\ Broglie} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 2 \cdot 10^5} = 1,99 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

**Cuestión 5.-**

$$A = A_0 e^{-\lambda t}; 85,2 = 115 e^{-\lambda \cdot 2 \cdot 60 \cdot 60}; \ln\left(\frac{85,2}{115}\right) = -\lambda \cdot 7200; \lambda = \frac{-0,3}{-7200} = 4,17 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

a)

$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = \frac{0,693}{4,17 \cdot 10^{-5}} = 16622 \text{ s}$$

b)  $A_0 = \lambda N_0; N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{115}{4,17 \cdot 10^{-5}} = 2,76 \cdot 10^6 \text{ Núcleos}$

**2007-Modelo**

**Cuestión 5.-**

Este ejercicio, que no tiene apartados, mezcla aspectos de “física moderna” (energía cuantizada de un fotón) con aspectos de “óptica física” (índice de refracción y longitud de onda en medio distinto del vacío), pero que tratamos por separado de acuerdo a la agrupación de bloques de ejercicios: aquí resolvemos la parte inicial de física moderna:

El fotón emitido tendrá una energía igual a la diferencia de energía entre los dos niveles, es decir

$$5-3 = 2 \text{ eV} = 2 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{eV}} = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Como la energía está cuantizada por lo que  $E = hf \Rightarrow f = \frac{E}{h} = \frac{3,2 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 4,83 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

**B. Problema 2.-**

a)  $\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{\frac{1}{2}}} = \frac{0,693}{13 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} = 1,69 \cdot 10^{-9} \text{ s}^{-1}$  (Usamos SI en lugar de indicar años<sup>-1</sup>)

b)  $N_0 = 10^{20} \cdot \frac{20}{100} = 2 \cdot 10^{19}$

$A_0 = \lambda N_0 = 1,69 \cdot 10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^{19} = 3,38 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$

c)  $N = N_0 e^{-\lambda t} = 2 \cdot 10^{19} e^{-1,69 \cdot 10^{-9} \cdot 50 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} = 1,39 \cdot 10^{18} \text{ Núcleos}$

d)  $A = A_0 e^{-\lambda t} = 3,38 \cdot 10^{10} e^{-1,69 \cdot 10^{-9} \cdot 50 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} = 2,35 \cdot 10^9 \text{ Bq}$

**2006-Septiembre**

**Cuestión 5.-**

$$\lambda = 0,003 \text{ días}^{-1} = \frac{0,003}{24 \cdot 3600} = 3,47 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-1} \text{ (Usamos SI)}$$

a)

$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = \frac{0,693}{3,47 \cdot 10^{-8}} = 2 \cdot 10^7 \text{ s}$$

b)  $N = N_0 e^{-\lambda t}; \text{Para } t = 5T_{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda \cdot 5 \cdot \frac{\ln(2)}{\lambda}} = e^{-5 \cdot \ln(2)} = e^{-5} \cdot 2 = 296,8; \frac{N_0}{N} = 0,003 = 0,3 \%$

**2006-Junio**

**Cuestión 5.-**

b) Al acelerar el protón mediante una diferencia de potencial, este gana energía cinética.

$$\lambda_{De\ Broglie} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}; v = \frac{h}{m \lambda_{De\ Broglie}}$$

$$q \Delta V = E_c = \frac{1}{2} m v^2; \Delta V = \frac{1}{2} \frac{m}{q} \left( \frac{h}{m \lambda_{De\ Broglie}} \right)^2 = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34})^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 5 \cdot 10^{-13}} = 3290 \text{ V}$$

**2006-Modelo**

**Cuestión 5.-**





$$h \cdot f = h \cdot f_0 + E_{c\text{máx}} = W_0 + \frac{1}{2} m v^2$$

a)  $c = \lambda f \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda}$

$$h \frac{c}{\lambda} - W_0 = E_{c\text{máx}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{300 \cdot 10^{-9}} - 2,46 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV} = 2,69 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$W_0 = h \cdot f_0 = \frac{h \cdot c}{\lambda_0} = h v - E_{c\text{máx}} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{h \cdot c}{h \frac{c}{\lambda} - E_{c\text{máx}}} = \frac{1}{\frac{1}{\lambda} - \frac{E_{c\text{máx}}}{hc}}$$

b) 
$$\lambda_0 = \frac{1}{\frac{1}{300 \cdot 10^{-9}} - \frac{2,69 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}} = 5,05 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 505 \text{ nm}$$

### 2005-Septiembre

#### Cuestión 5.-

b) Utilizamos velocidad calculada en el apartado anterior  $v = 4,38 \cdot 10^4 \text{ m/s}$ , que vemos que es muy inferior a c, por lo que no es relativista.

$$\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 4,38 \cdot 10^4} = 9,06 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

### 2005-Junio

#### Cuestión 5.-

b) Utilizamos velocidad calculada en el apartado anterior  $v = 4,19 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ , que se vio que es el 1,4% de c, por lo que se podría empezar a considerar relativista, por lo que aumentará la masa según la teoría de la relatividad y no se aceleraría tanto. Comprobamos cuanto es el aumento de masa, por si hubiera que hacer una corrección de cara a considerar la velocidad.

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31}}{\sqrt{1 - 0,014^2}} \approx 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} = m_0 \Rightarrow \text{no es relativista}$$

$$\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{m \sqrt{\frac{2q \Delta V}{m}}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 50}{9,1 \cdot 10^{-31}}}} = 1,74 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

### 2005-Modelo

#### Cuestión 5.-

a)  $E_{c\alpha} = E_{c\text{protón}}; \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 = \frac{1}{2} m_{\text{protón}} v_{\text{protón}}^2; \frac{m_\alpha}{m_{\text{protón}}} = 4 = \left(\frac{v_{\text{protón}}}{v_\alpha}\right)^2 \Rightarrow v_{\text{protón}} = 2 v_\alpha$

$$\frac{p_\alpha}{p_{\text{protón}}} = \frac{m_\alpha \cdot v_\alpha}{m_{\text{protón}} \cdot v_{\text{protón}}} = \frac{4 \cdot 1}{2} = 2$$

b) 
$$\frac{\lambda_{\text{De Broglie } \alpha}}{\lambda_{\text{De Broglie protón}}} = \frac{\frac{h}{p_\alpha}}{\frac{h}{p_{\text{protón}}}} = \frac{m_{\text{protón}} \cdot v_{\text{protón}}}{m_\alpha \cdot v_\alpha} = \frac{1}{4} \cdot 2 = \frac{1}{2}$$

### 2004-Septiembre

#### Cuestión 5.-





$$h \cdot f = h \cdot f_0 + E_{c\text{máx}} = W_0 + \frac{1}{2} m v^2$$

$$c = \lambda f \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda}$$

a) 
$$h \frac{c}{\lambda} = W_0 + \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{W_0 + \frac{1}{2} m v^2}$$

$$\lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2,5 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV} + \frac{1}{2} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (10^7)^2} = 4,3 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 4,3 \text{ nm}$$

b) 
$$\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^7} = 7,286 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

### 2004-Junio

#### Cuestión 5.-

- a) Si aumenta la intensidad (número de fotones por unidad de tiempo y área), hay mayor número de electrones con la misma energía cinética  
 b) Si aumenta la frecuencia de la luz incidente, aumenta la energía de cada uno de los fotones, y se tiene el mismo número de electrones con mayor energía cinética.  
 c) Si disminuye la frecuencia de la luz incidente por debajo de la frecuencia umbral, no se emiten fotoelectrones, sea cual sea la intensidad, ya que la energía de cada uno de los fotones es menor al trabajo de extracción.  
 d) El trabajo de extracción es la energía que debemos aportar a un electrón para arrancarlo de un metal.

### 2004-Modelo

#### Cuestión 5.-

$$\Delta E = h \cdot f; f = \frac{\Delta E}{h} = \frac{2 \cdot 10^{-15}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 3,02 \cdot 10^{18} \text{ Hz}$$

$$c = \lambda \cdot f; \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{3,02 \cdot 10^{18}} = 9,93 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

### 2003-Septiembre

#### Cuestión 5.-

a) El momento lineal (masa y velocidad). 
$$\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

Si es posible, siempre que tengan el mismo momento lineal.

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2; v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}}$$

b) 
$$\frac{\lambda_{\text{De Broglie } 2\text{eV}}}{\lambda_{\text{De Broglie } 8\text{eV}}} = \frac{\frac{h}{p_{2\text{eV}}}}{\frac{h}{p_{8\text{eV}}}} = \frac{\sqrt{\frac{2 \cdot 8 \text{ eV}}{m}}}{\sqrt{\frac{2 \cdot 2 \text{ eV}}{m}}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$$

#### A. Problema 2.-

$$W_0 = h \cdot f_0 = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 4,5 \cdot 10^{14} = 2,98 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

a) 
$$h \cdot f = W_0 + E_c; E_c = \frac{h \cdot c}{\lambda} - W_0 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^{-7}} - 2,98 \cdot 10^{-19} = 1,99 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2; v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,99 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 661334 \text{ m/s}$$

b) 
$$h \cdot v' = W_0 + E_c'; v' = \frac{2,98 \cdot 10^{-19} + 2 \cdot 1,99 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 1,05 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$





## 2003-Junio

### Cuestión 5.-

a) Enunciado confuso: se usa  $\tau$  (tao) que se usa habitualmente para “tiempo de vida [media]”

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \text{ pero se indica período de semidesintegración (semivida) } T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Entre ambas opciones tomamos lo que dice el texto como válido, por lo que  $T_{\frac{1}{2}} = 3,64 \text{ días}$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}} = \frac{\ln 2}{3,64} = 0,19 \text{ día}^{-1} = \frac{\ln 2}{3,64 \cdot 24 \cdot 3600} = 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

$$A_0 = \lambda N_0 = 2,2 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{18} = 1,1 \cdot 10^{13} \text{ Bq}$$

b)  $N = N_0 e^{-\lambda t} = 5 \cdot 10^{18} e^{-0,19 \cdot 30} = 1,67 \cdot 10^{16} \text{ Núcleos}$

### B. Problema 2.-

b) Utilizamos el momento lineal calculado en el apartado anterior  $\vec{p} = 1,44 \cdot 10^{-26} \vec{i} \text{ kg m/s}$  donde hemos visto que la velocidad es  $v = 1,59 \cdot 10^4 \text{ m/s}$ , muy inferior a  $c$ , por lo que no es relativista.

$$\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1,44 \cdot 10^{-26}} = 4,6 \cdot 10^{-8} \text{ m}$$

## 2003-Modelo

### Cuestión 5.-

a) El valor de la frecuencia tiene que ser suficientemente alto para que la energía de cada fotón sea igual o superior al trabajo de extracción.

b) Si se aumenta la frecuencia de la radiación, los fotones son más energéticos, y los electrones extraídos tendrán mayor energía cinética.

c) Si aumenta la intensidad (número de fotones por unidad de tiempo y área), hay mayor número de electrones con la misma energía cinética

## 2002-Septiembre

### Cuestión 5.-

a)  $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}} = \frac{\ln 2}{250000} = 2,77 \cdot 10^{-6} \text{ año}^{-1} = \frac{\ln 2}{250000 \cdot 365,25 \cdot 24 \cdot 3600} = 8,79 \cdot 10^{-14} \text{ s}^{-1}$

b)  $m = m_0 e^{-\lambda t}; m = 10 e^{-2,77 \cdot 10^{-6} \cdot 50000} = 8,71 \text{ g}$

### A. Problema 2.-

a) Los 0,8 V de frenan la energía cinética de los electrones. planteando conservación de la energía mecánica  $E_p = E_c$ ,  $|q|V = E_c$

$$h \cdot f = W_0 + E_c; W_0 = \frac{h \cdot c}{\lambda} - qV = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{400 \cdot 10^{-9}} - 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,8 = 3,69 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

b)  $h \cdot f = W_0 + E_c; V = \frac{\frac{h \cdot c}{\lambda} - W_0}{q} = \frac{\frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{300 \cdot 10^{-9}} - 3,69 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,84 \text{ V}$

## 2002-Junio

### Cuestión 5.-







$$200 = \frac{\lambda_{De\ Broglie\ electrón}}{\lambda_{De\ Broglie\ neutrón\ 6\ eV}} = \frac{\frac{h}{m_e v_e}}{\frac{h}{m_n v_n}} = \frac{m_n v_n}{m_e v_e} \Rightarrow v_e = \frac{m_n v_n}{m_e 200}$$

a)

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2; v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}}$$

$$v_e = \frac{m_n \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m_n}}}{m_e 200} = \frac{1,7 \cdot 10^{-27} \sqrt{\frac{2 \cdot 6\ eV \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}\ J/eV}{1,7 \cdot 10^{-27}}}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 200} = 313909\ m/s$$

b)  $\frac{v_e}{c} = \frac{313909}{3 \cdot 10^8} = 0,1\%$  No es relativista

## 2002-Modelo

### Cuestión 5.-

a) La actividad de una muestra radiactiva es la velocidad de desintegración, el número de núcleos que se desintegra por segundo. Matemáticamente  $A(t) = \frac{-d}{dt} N(t) = A_0 e^{-\lambda t}$

En el Sistema Internacional la actividad se mide en Bq (becquerel) que es una desintegración por segundo.

b) En un gramo de radio tenemos  $1\ g/226\ g/mol = 1/226\ mol$  de radio, que suponen  $(1/226) \cdot 6,022 \cdot 10^{23} = 2,665 \cdot 10^{21}$  núcleos =  $N_0$ .

$$1\ curio = A_0 = \lambda N_0 = 1,4 \cdot 10^{-11} \cdot 2,665 \cdot 10^{23} = 3,73 \cdot 10^{10}\ Bq$$

## 2001-Septiembre

### Cuestión 5.-

a)  $\lambda_{De\ Broglie} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$

$$\lambda_{De\ Broglie\ 1} = \lambda_{De\ Broglie\ 2} \Rightarrow \frac{h}{p_1} = \frac{h}{p_2} \Rightarrow p_1 = p_2$$
 Los momentos lineales de ambas partículas deben de ser

iguales para tener la misma longitud de onda de De Broglie, independientemente de la relación entre sus masas.

b) Si llamamos  $m_2 = 3m_1$ , como  $p_2 = p_1$ ,  $m_2 v_2 = m_1 v_1$ ;  $3m_1 v_2 = m_1 v_1 \rightarrow v_1 = 3v_2$

## 2001-Junio

### Cuestión 5.-

a)  $W_{extracción} = h \cdot f_{umbral} = h \cdot \frac{c}{\lambda_{umbral}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{612 \cdot 10^{-9}} = 3,25 \cdot 10^{-19}\ J$

$$E_{incidente} = W_{extracción} + E_{cmáx} \Rightarrow E_{cmáx} = h \cdot f_{incidente} - W_{extracción}$$

b)  $E_{cmáx} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{450 \cdot 10^{-9}} - 3,25 \cdot 10^{-19} = 1,17 \cdot 10^{-19}\ J$

## 2001-Modelo

### Cuestión 5.-

Los tipos de radiaciones más comunes en la desintegración radiactiva son tres:

**-Radiación alfa.** Un núcleo inestable al tener un número muy elevado de neutrones emite partículas alfa. Las partículas alfa emitidas son dos protones y dos neutrones, núcleos de helio,  $\alpha = {}^4_2\text{He}$ , con carga positiva. El elemento se convierte en un elemento de dos unidades menos de número atómico. Un ejemplo:  ${}^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow {}^{206}_{82}\text{Pb} + {}^4_2\text{He}$

**-Radiación beta.** Un núcleo inestable por tener una relación entre neutrones y protones muy descompensada emite partículas beta. Hay dos tipos de radiación beta:

**--Radiación  $\beta^-$ .** La relación n/p (nº de neutrones/nº de protones) es muy elevada por lo que se reduce el n y se aumenta p: un neutrón se convierte en protón y se emite un  $e^-$  y un antineutrino electrónico. El elemento se convierte en un elemento de una unidad más de número atómico.





Ejemplo:  ${}^{24}_{11}\text{Na} \rightarrow {}^{24}_{12}\text{Mg} + e^- + \bar{\nu}_e$  ( $n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$ )

--**Radiación  $\beta^+$** . La relación n/p ( $n^\circ$  de neutrones/ $n^\circ$  de protones) es muy baja por lo que se aumenta n y se reduce p: un protón se convierte en neutrón y se emite un  $e^+$  (positrón) y un neutrino electrónico. El elemento se convierte en un elemento de una unidad menos de número atómico.

Ejemplo:  ${}^{30}_{15}\text{P} \rightarrow {}^{30}_{14}\text{Si} + e^+$  ( $p^+ \rightarrow n + e^+ + \nu_e$ )

-**Radiación gamma**. Un núcleo se encuentra excitado y al pasar a su estado fundamental emite la energía en forma de radiación electromagnética de muy alta energía, radiación gamma. Se emiten fotones. El elemento continua siendo el mismo elemento, no varía el número de protones en el núcleo. El núcleo puede quedar en estado excitado por ejemplo tras emitir radiación alfa o beta, o tras un choque de un neutrón con el núcleo en la fisión nuclear.

Ejemplo:  ${}^{60}_{27}\text{Co} \rightarrow {}^{60}_{28}\text{Ni}^* + e^- + \bar{\nu}_e$ ;  ${}^{60}_{28}\text{Ni}^* \rightarrow {}^{60}_{28}\text{Ni} + \gamma$

Además de estas tres se podría mencionar otras:

-Emisión de neutrones. Un núcleo que tiene muchos neutrones emite un neutrón. También se absorben y emiten en procesos de fisión. No se produce transmutación.

Ejemplo:  ${}^5_2\text{He} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$

-Captura electrónica. Un protón del núcleo captura un electrón del mismo átomo, de las capas internas, y se convierte en neutrón, emitiendo un neutrino electrónico. El elemento se convierte en un elemento de una unidad menos de número atómico.

Ejemplo:  ${}^{26}_{13}\text{Al} \rightarrow {}^{26}_{12}\text{Mg} + \nu_e$

### A. Problema 2.-

a) El potencial de frenado está asociado a la energía cinética máxima de los electrones, ya que consigue frenar los electrones extraídos por el efecto fotoeléctrico que tienen la  $E_{c\text{máx}}$ . Al frenarlos toda la  $E_c$  pasa a  $E_p$  eléctrica, y podemos plantear  $E_p = e \cdot V_{\text{frenado}} = E_{c\text{máx}}$   $E_p = e \cdot V_{\text{frenado}} = E_{c\text{máx}}$

Si planteamos para los dos casos

$$E_{\text{incidente}} = W_{\text{extracción}} + E_{c\text{máx}} \rightarrow h \cdot f_{\text{incidente}} = W_{\text{extracción}} + e \cdot V_{\text{frenado}}$$

Para el primer caso:

$$E_{c\text{máx}1} = eV_1 = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 7,2 = 1,15 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$h \cdot 2,5 \cdot 10^{15} = W_{\text{extracción}} + 1,15 \cdot 10^{-18}$$

Para el segundo caso:

$$E_{c\text{máx}2} = eV_2 = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3,8 = 6,08 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$c = \lambda_2 f_2 \Rightarrow f_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,78 \cdot 10^{-7}} = 1,685 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

$$h \cdot (1,685 \cdot 10^{15}) = W_{\text{extracción}} + 6,08 \cdot 10^{-19}$$

Tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas (h y  $W_{\text{extracción}}$ )

En este apartado se nos pide primero h: despejamos  $W_{\text{extracción}}$  en ambas ecuaciones para igualarlos y obtener h.

$$W_{\text{extracción}} = h \cdot 2,5 \cdot 10^{15} - 1,15 \cdot 10^{-18}$$

$$W_{\text{extracción}} = h \cdot 1,685 \cdot 10^{15} - 6,08 \cdot 10^{-19}$$

Igualando

$$h \cdot 2,5 \cdot 10^{15} - 1,15 \cdot 10^{-18} = h \cdot 1,685 \cdot 10^{15} - 6,08 \cdot 10^{-19}$$

$$h \cdot (2,5 \cdot 10^{15} - 1,685 \cdot 10^{15}) = -6,08 \cdot 10^{-19} + 1,15 \cdot 10^{-18}$$

$$h = 5,42 \cdot 10^{-19} / 8,15 \cdot 10^{14} = 6,65 \cdot 10^{-34} \text{ Js (del orden de magnitud de su valor correcto } 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js)}$$

*Nota: no se da el valor real en el enunciado pero comprobamos cómo se aproxima al valor real*

$$\text{Error relativo} = \frac{|h_{\text{obtenida}} - h_{\text{real}}|}{h_{\text{real}}} = \frac{6,65 \cdot 10^{-34} - 6,63 \cdot 10^{-34}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 0,003 = 0,3\% \text{ Buena aproximación.}$$

b) Si sustituimos el valor de h obtenido en el apartado anterior en cualquiera de las expresiones anteriores, por ejemplo en la primera

$$W_{\text{extracción}} = 6,65 \cdot 10^{-34} \cdot 2,5 \cdot 10^{15} - 1,15 \cdot 10^{-18} = 5,125 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

### 2000-Septiembre

#### Cuestión 5.-





a) El intervalo de frecuencias es

$$f_{\text{rojo}} = c/\lambda_{\text{rojo}} = 3 \cdot 10^8 / 740 \cdot 10^{-9} = 4,05 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$f_{\text{violeta}} = c/\lambda_{\text{rojo}} = 3 \cdot 10^8 / 390 \cdot 10^{-9} = 7,69 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

El intervalo de energías es

$$E_{\text{rojo}} = h \cdot f_{\text{rojo}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 4,05 \cdot 10^{14} = 2,69 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,68 \text{ eV}$$

$$E_{\text{violeta}} = h \cdot f_{\text{violeta}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 7,69 \cdot 10^{14} = 5,10 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 3,19 \text{ eV}$$

$$b) \lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

Asociar una energía a los electrones implica asociarles una energía cinética, que puede provenir de la aceleración con cierta diferencia de potencial como sugieren las unidades eV.

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}}$$

$$v_{\text{rojo}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,69 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 7,69 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

$$v_{\text{violeta}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5,10 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 1,06 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

$$\lambda_{\text{De Broglie Rojo}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 7,69 \cdot 10^5} = 9,47 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$$\lambda_{\text{De Broglie Violeta}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,06 \cdot 10^6} = 6,87 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

## 2000-Junio

### Cuestión 5.-

Enunciado: el principio de incertidumbre o indeterminación de Heisenberg, enunciado en 1927, establece la imposibilidad de determinar simultáneamente y con precisión arbitraria, ciertos pares de variables físicas, como son la posición y el momento lineal, o la energía y el tiempo.

Matemáticamente se puede enunciar de dos maneras

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2} = \frac{h}{4\pi} \quad \Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

Significado físico: desde un punto de vista clásico donde se asume el determinismo, se suele explicar asociado al efecto del observador, ya que el proceso de medición para obtener un valor de la medida, supone una perturbación mayor cuanto más pequeña es el valor a medir: debe existir interacción mínima para obtener posición. Por ejemplo al medir posición y momento lineal de un electrón, en el proceso de medida usamos un fotón que perturba al electrón, perturbación imposible eliminar porque el fotón siempre tendrá cierta cantidad de energía, y que siempre se modifican los valores a medir al realizar la medida.

Esta descripción clásica omite el principal aspecto del principio de incertidumbre: establece un límite más allá del cuál los conceptos de la física clásica no se pueden emplearse. No sólo implica no poder conocer la posición en un instante, sino que en escala cuántica las partículas no siguen una trayectoria determinada, ya que eso implicaría conocer en todo momento posición y momento. Dos ejemplos que muestran que la idea de trayectoria clásica no tiene sentido son los orbitales y el experimento de la doble rendija. Si hubiera determinismo clásico, tuviera una posición y momento con valores conocidos, aunque no los pudiésemos medir, la partícula sí seguiría una trayectoria clásica, pero eso no es así. La mecánica cuántica es determinista en la evolución probabilidades, pero no en valores medidos.

Es importante destacar el valor tan pequeño de la constante de Planck que aparece en el principio de incertidumbre,  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ , lo que hace que a nivel macroscópico el principio de incertidumbre sea inapreciable.

### A. Problema 2.-

a) La frecuencia de la radiación es  $f = c/\lambda = 3 \cdot 10^8 / 600 \cdot 10^{-9} = 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

La energía de cada fotón  $E_{\text{fotón}} = h \cdot f = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 5 \cdot 10^{14} = 3,32 \cdot 10^{-19} \text{ J}$





La potencia es energía por unidad de tiempo,  $P=E/t$ , luego la energía de la radiación en un segundo es  $E_{\text{radiación}}=P \cdot t=0,54 \cdot 1=0,54 \text{ J}$

El número de fotones por segundo será  $E_{\text{radiación}}/E_{\text{fotón}}=0,54/3,32 \cdot 10^{-19}=1,63 \cdot 10^{18}$  fotones/s

b)  $h \cdot f_{\text{umbral}}=h \cdot c/\lambda_{\text{umbral}}=W_{\text{extracción}} \rightarrow \lambda_{\text{umbral}}=h \cdot c/W_{\text{extracción}}$

$\lambda_{\text{umbral}}=6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8/(2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19})=6,22 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 622 \text{ nm}$

c)  $E_{\text{incidente}}=W_{\text{extracción}} + E_{\text{cmáx}} \rightarrow E_{\text{cmáx}}=E_{\text{incidente}}-W_{\text{extracción}}=3,32 \cdot 10^{-19} - 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}=1,2 \cdot 10^{-20} \text{ J}$

$$E_{\text{cmáx}}=\frac{1}{2} m v_{\text{máx}}^2 \Rightarrow v_{\text{máx}}=\sqrt{\frac{2 \cdot E_{\text{cmáx}}}{m}}=\sqrt{\frac{2 \cdot 1,2 \cdot 10^{-20}}{9,1 \cdot 10^{-31}}}=1,62 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

d) En el cátodo (+) es donde se emiten electrones, que llegan al ánodo (-). No se indica explícitamente, pero asumimos que el potencial se aplica de manera que se están acelerando los electrones; los electrones son partículas con carga negativa y se mueven hacia potenciales mayores, luego 100 V sería la diferencia de potencial de ánodo menos cátodo. Si fueran 100 V de diferencia de potencial entre cátodo y ánodo, sería un potencial de frenado, que sería suficientemente alto para que los electrones nunca llegasen al ánodo, ya que  $E_{\text{cmáx}}=1,2 \cdot 10^{-20}/1,6 \cdot 10^{-19}=0,075 \text{ eV}$ .

La aceleración con una diferencia de potencial supone aumentar su energía en

$$E=q \cdot V=1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 100=1,6 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

La energía cinética máxima de llegada al ánodo sería  $1,2 \cdot 10^{-20} + 1,6 \cdot 10^{-17}=1,6012 \cdot 10^{-17} \text{ J}$

$$E_{\text{cmáx}}=\frac{1}{2} m v_{\text{máx}}^2 \Rightarrow v_{\text{máx}}=\sqrt{\frac{2 \cdot E_{\text{cmáx}}}{m}}=\sqrt{\frac{2 \cdot 1,6012 \cdot 10^{-17}}{9,1 \cdot 10^{-31}}}=5,93 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

Esta velocidad es un 2% ( $5,93 \cdot 10^6/3 \cdot 10^8 \approx 0,02$ ) de la velocidad de la luz, luego se podría contemplar energía relativista con el aumento de masa relativista, que haría que la velocidad fuese algo menor.

## 2000-Modelo

### Cuestión 5.-

a) Usamos la expresión de momento lineal no relativista tal y como indica el enunciado.

$$\lambda_{\text{De Broglie}}=\frac{h}{p}=\frac{h}{m v} \quad \frac{\lambda_{\text{De Broglie protón}}}{\lambda_{\text{De Broglie electrón}}}=\frac{\frac{h}{m_p v_p}}{\frac{h}{m_e v_e}}=\frac{m_e v_e}{m_p v_p}$$

Si  $v_e=v_p$ , como  $m_p > m_e$ , tenemos que  $\lambda_{\text{De Broglie electrón}} > \lambda_{\text{De Broglie protón}}$

b) Usamos la expresión de energía cinética no relativista tal y como indica el enunciado.

Si  $E_{ce}=E_{cp} \Rightarrow m_e v_e^2=m_p v_p^2 \Rightarrow \frac{v_e}{v_p}=\sqrt{\frac{m_p}{m_e}}$  y sustituyendo

$$\frac{\lambda_{\text{De Broglie protón}}}{\lambda_{\text{De Broglie electrón}}}=\frac{m_e}{m_p} \sqrt{\frac{m_p}{m_e}}=\sqrt{\frac{m_e}{m_p}} \quad \text{Como } m_p > m_e, \text{ tenemos que } \lambda_{\text{De Broglie electrón}} > \lambda_{\text{De Broglie protón}}$$

### B. Problema 2.-

a) La intensidad es potencia por unidad de superficie,  $I=P/S$ , y la sección de superficie del haz es, siendo el diámetro según enunciado  $10^{-3} \text{ m}$ ,  $S=\pi r^2=\pi \cdot (0,5 \cdot 10^{-3})^2=\pi \cdot 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2$

$$I=10 \cdot 10^{-3}/(\pi \cdot 2,5 \cdot 10^{-7})=1,27 \cdot 10^4 \text{ W/m}^2$$

b) La frecuencia de la radiación es  $f=c/\lambda=3 \cdot 10^8/630 \cdot 10^{-9}=4,76 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

La energía de cada fotón  $E_{\text{fotón}}=h \cdot f=6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 4,76 \cdot 10^{14}=3,16 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

La potencia es energía por unidad de tiempo,  $P=E/t$ , luego la energía del láser en un segundo es

$$E_{\text{láser}}=P \cdot t=10 \cdot 10^{-3} \cdot 1=10^{-2} \text{ J}$$

El número de fotones por segundo será  $E_{\text{láser}}/E_{\text{fotón}}=10^{-2}/3,16 \cdot 10^{-19}=3,16 \cdot 10^{16}$  fotones/s

