2020-Septiembre

B.2. a) $v=\frac{\lambda}{T}=\lambda f=1{,}5\cdot 1000=1{,}5\cdot 10^{3} m/s$

$v_{máx}=A\omega=A\,2\pi f \Rightarrow A=\frac{v_{máx}}{2\pi f}=\frac{100}{2\pi 1000}\approx 1{,}59\cdot 10^{-2} m$

b) Usamos la expresión general con coseno, poniendo signo menos delante de kx al propagarse en sentido positivo de eje x $y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$

$\omega=2\pi f=2000\pi\, rad/s \quad k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{1{,}5}=\frac{4}{3}\pi\, rad/m$

$y(0,t=600\cdot 10^{-6}s)=1{,}59\cdot 10^{-2}\cdot\cos(2000\pi 600\cdot 10^{-6}+\varphi_0)\Rightarrow 0{,}01=1{,}59\cdot 10^{-2}\cdot\cos(1{,}2\pi+\varphi_0)$

$0{,}63=\cos(1{,}2\pi+\varphi_0)\Rightarrow \begin{matrix}1{,}2\pi+\varphi_0=0{,}89\, rad\Rightarrow \varphi_0=-2{,}88\, rad\\ 1{,}2\pi+\varphi_0=-0{,}89\, rad\Rightarrow \varphi_0=-4{,}66\, rad\end{matrix}$

Elegimos utilizando la condición para la velocidad. Derivamos para obtener la expresión
$v(x,t)=-A\omega\, sen(\omega t-kx+\varphi_0)$

Para las condiciones dadas
$v(0,t=600\cdot 10^{-6}s)=-1{,}59\cdot 10^{-2}\cdot 2000\pi\, sen(1{,}2\pi+\varphi_0)$
$Si\ \varphi_0=-2{,}88 rad, v\approx -77{,}6 m/s<0$
$Si\ \varphi_0=-4{,}66 rad, v\approx 77{,}6 m/s>0$

La expresión matemática que representa dicha onda es
$y(x,t)=1{,}59\cdot 10^{-2}\cos(2000\pi t-\frac{4}{3}\pi x-4{,}66)[y, x\, en\, m; t\, en\, s]$

2020-Julio-Coincidentes

B.2. a) Usamos la expresión general con coseno, poniendo signo menos delante de kx al propagarse en sentido positivo de eje x $y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$

$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{0{,}4}=5\pi\, rad/s \quad k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{1}=2\pi\, rad/m$

Se podría indicar cualitativamente que si la velocidad de oscilación es nula y la elongación es negativa, la elongación es igual en módulo a la amplitud.
Si lo planteamos
$v(x,t)=-A\omega\, sen(\omega t-kx+\varphi_0)\Rightarrow v(0,0)=-A\omega\, sen(\varphi_0)\Rightarrow 0=sen(\varphi_0)\Rightarrow \varphi_0=\pi\, rad\ ó\ -\pi\, rad$
$y(0,0)=A\cdot\cos(\varphi_0)\Rightarrow -0{,}1=A\cdot\cos(\varphi_0)\Rightarrow Tomamos\ A>0, por\ lo\ que\ \varphi_0=-\pi rad\ y\ A=0{,}1 m$

La expresión matemática de la onda es $y(x,t)=0{,}1\cos(5\pi t-2\pi x-\pi)[y, x\, en\, m; t\, en\, s]$

b) Utilizando la expresión de velocidad y sustituyendo numéricamente
$v(x=0{,}4 m, t=2 s)=-0{,}1\, 5\pi\, sen(5\pi\cdot 2-2\pi\cdot 0{,}4-\pi)=-0{,}92 m/s$

2020-Julio

A.2. a) $v=\frac{\omega}{k}\Rightarrow k=\frac{\omega}{v}=\frac{200\pi}{400}=\frac{\pi}{2} rad/m$

y(0,0)=3·sen(ϕ_0) → 1,5=3·sen(ϕ_0) → ϕ_0= arcsen(0,5) → ϕ_0= π/6 rad ó 5π/6 rad
La expresión de la velocidad de oscilación es v(x,t)=dy/dt=3·(-200π) cos(π/2 x -200πt + ϕ_0)
v(0,0)= -600π cos(ϕ_0). Tomamos ϕ_0=5π/6 rad para que la velocidad sea positiva.
b) La expresión de la aceleración es
a(x,t)=dv/dt=120000π^2 sen(π/2 x -200πt + 5π/6) [a en cm/s^2, x en m, t en s]
El valor máximo en valor absoluto es la amplitud de esa expresión, que también podríamos haber planteado directamente como $A\omega^2=3\cdot(200\pi)^2=120000\pi^2\approx 1{,}18\cdot 10^6$ cm/s^2.

2020-Modelo

A. Pregunta 2.-

a) Mirando en la gráfica la longitud de onda es λ=20 m, por lo que k=2π/λ=2π/20=π/10 rad/m
ω=v·k=1500·π/10=150π rad/s
b) Usando la expresión general con coseno, poniendo signo menos delante de kx al propagarse en sentido positivo de eje x $y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$

De la gráfica A=6 mm

Para t=0 y x=0, de la gráfica tenemos y=-3 mm, y podemos plantear

$$y(x=0,t=0)=A\cos(\omega\cdot 0-k\cdot 0+\varphi_0)\Rightarrow -3=6\cos(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0=\frac{2}{3}\pi\,rad\,ó-\frac{2}{3}\pi\,rad$$

Para elegir uno de los dos valores de fase inicial no tenemos información de velocidad de oscilación (la pendiente de la gráfica es y frente a x, y la velocidad de oscilación es y frente a t).

Tomamos un valor cualquiera (distinto de x=0 ya que en ese caso el coseno no nos saca de dudas), y en la gráfica (para t=0 s) se ve que para x=5 m la elongación es positiva (aproximadamente 5 mm)

Sustituyendo

$$y(x=5\,m,t=0)=6\cos\left(\frac{\pi}{10}5+\varphi_0\right)\Rightarrow \begin{array}{l} Si\ \varphi_0=\frac{2}{3}\pi\,rad\ tenemos\ y\approx -5{,}2\,mm<0 \\ Si\ \varphi_0=\frac{-2}{3}\pi\ tenemos\ y\approx 5{,}2\,mm>0 \end{array}$$

Tomando el valor que se corresponde con la gráfica, ponemos el resultado

$$y(x,t)=6\cos\left(150\pi t-\frac{\pi}{10}x+\frac{2}{3}\pi\right)[y\ en\ mm,x\ en\ m,t\ en\ s]$$

2019-Julio-Coincidentes

B. Pregunta 2.-

a) Calculamos la elongación sabiendo que en la expresión general $y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$

ω=1 rad/s, ω=2π/T → T=2π s

k=π rad/m, k=2π/λ→ λ=2π/π= 2 m

Por lo tanto 0,25λ=0,5 m y 0,25T=π/2 s

y(x=0,25λ,t=0,25T)=2,5cos(π/2-π/2+π/2)=0 m

b) v_{prop}=ω/k=1/π m/s

v(x,t)=dy(x,t)/dt=-2,5sen(t-πx+π/2) [v en m/s, x en m, t en s]

v(x=0,25λ,t=0,25T)=-2,5sen(π/2-π/2+π/2)=-2,5 m/s

2019-Julio

B. Pregunta 2.-

a) v(x,t)=dy(x,t)/dt=-0,05·8π·sen(8πt-4πx+φ_0)

v(x=3 m , t=5 s) = 0 → 0,05·8π·sen(8π·5 - 4π·3 + φ_0)=0

Como sen(x)=sen(x+n·2π); sen(φ_0)=0 → φ_0=0 rad ó π rad

a(x,t)=dv(x,t)/dt=-0,05·$(8\pi)^2$cos(8πt-4πx+φ_0)

Si φ_0=0 rad, a(x=3 m , t=5 s)=-0,05·$(8\pi)^2$cos(8π·5-4π·3+0) <0, luego la fase inicial no es 0.

Si φ_0=π rad, a(x=3 m , t=5 s)=-0,05·$(8\pi)^2$cos(8π·5-4π·3+π) >0 →la fase inicial es φ_0=π rad.

b) El tiempo que tarda la onda en llegar al punto x=8 m en la dirección de propagación desde el origen de coordenadas es el tiempo que tarda la onda en propagarse esos 8 m.

$$v_p=\frac{\omega}{k}=\frac{8\pi}{4\pi}=2\,m/s$$

Se trata de un MRU: t=x/v=8/2=4 s

2019-Junio-Coincidentes

B. Pregunta 2.-

a) Lo habitual es propagación en eje x, elongación en eje y, pero en este caso se propaga en eje x y la elongación en en eje z.

Al propagarse en sentido negativo del eje x, añadimos el signo positivo delante del término kx.

Usamos función trigonométrica el coseno como la oscilación del foco, por lo que tendremos la misma fase inicial $z(x,t)=A\cos(\omega t+kx+\varphi_0)$

La frecuencia angular es ω=v·k=40·π/2=20π rad/s.

Sustituyendo $z(x,t)=3\cos\left(20\pi t+\frac{\pi}{2}x+\pi\right)[z,x\ en\ m;t\ en\ s]$

b) La velocidad de oscilación la obtenemos derivando la elongación

$$v(x,t)=\frac{dz}{dt}=-3\cdot 20\pi\,sen\left(20\pi t+\frac{\pi}{2}x+\pi\right)$$

Sustituyendo $v(x=4\,m, t=0{,}5\,s)=-3\cdot 20\pi\, sen(20\pi 0{,}5+\frac{\pi}{2}4+\pi)=0\, m/s$

La aceleración la obtenemos derivando la velocidad de oscilación

$$a(x,t)=\frac{dv}{dt}=-3\cdot(20\pi)^2\cos(20\pi t+\frac{\pi}{2}x+\pi)$$

Sustituyendo $a(x=4\,m, t=0{,}5\,s)=-3\cdot(20\pi)^2\cos(20\pi 0{,}5+\frac{\pi}{2}4+\pi)=1{,}18\cdot 10^4\, m/s^2$

2019-Junio

B. Pregunta 2.-

a) Al propagarse en sentido positivo del eje x, añadimos el signo negativo delante del término -kx.
El número de onda es k=2π/λ=2π/0,2=π rad/m.
La frecuencia angular es ω=2πf=2π0,25=π/2 rad/s.
Lo habitual es propagación en eje x, elongación en eje y, pero en este caso se propaga en eje y y la elongación en en eje z.

Usamos función trigonométrica el coseno $y(x,t)=A\cos(\omega t-k x+\varphi_0)=A(\frac{\pi}{2}t-\pi x+\varphi_0)$

Usamos el dato de que en x=0,5 m y t=2 s la elongación es nula

$$y(x=0{,}5\,m, t=2\,s)=0\Rightarrow A\cos(\frac{\pi}{\cancel{2}}\cdot\cancel{2}-\pi\cdot 0{,}5+\varphi_0)=0$$

$$\frac{\pi}{2}+\varphi_0=\frac{\pi}{2}\Rightarrow\varphi_0=0\, rad$$

$$ó$$

$$\frac{\pi}{2}+\varphi_0=\frac{-\pi}{2}\Rightarrow\varphi_0=\pi\, rad$$

Usamos el dato de que en x=0,5 m y t=2 s la velocidad de oscilación es negativa

$$v(x,t)=-A\omega\, sen(\omega t-k x+\varphi_0)=A\frac{\pi}{2}sen(\frac{\pi}{2}t-\pi x+\varphi_0)$$

$$v(x=0{,}5\,m, t=2\,s)=-A\frac{\pi}{2}sen(\frac{\pi}{2}+\varphi_0)=0$$

$Si\ \varphi_0=0\, rad\Rightarrow v<0$ Tomamos fase inicial nula para que v<0.

$Si\ \varphi_0=\pi\, rad\Rightarrow v>0$

Usamos el dato de que en x=0,5 m y t=3 s la elongación es y=-0,2 m

$$y(x=0{,}5\,m, t=3\,s)=0\Rightarrow A\cos(\frac{\pi}{2}\cdot 3-\pi\cdot 0{,}5)=-0{,}2\Rightarrow A=\frac{-0{,}2}{\cos(\pi)}=0{,}2\, m$$

La expresión matemática que representa la onda es

$$y(x,t)=0{,}2(\frac{\pi}{2}t-\pi x)[y, x\, en\, m; t\, en\, s]$$

b) La velocidad de oscilación máxima en módulo es Aω=0,2·π/2=0,1·π m/s
En un mismo instante t, la diferencia de fase entre dos puntos x_1 y x_2 será
$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=(\omega t - kx_2 + \varphi_0)-(\omega t - kx_1 + \varphi_0)=k(x_1-x_2)=k\Delta x$
En este caso Δφ= π·0,75 = 3π/4 rad.

2019-Modelo

B. Pregunta 2.-

a) Lo habitual es propagación en eje x, elongación en eje y, pero en este caso se propaga en eje y y la elongación en en eje z.
Dado que la expresión del movimiento oscilatorio utiliza seno, usamos la misma función, y así tenemos la misma fase inicial.
Al propagarse en sentido positivo del eje y, añadimos el signo negativo delante del término -ky.
El número de onda es k=2π/λ=2π/0,1=20π rad/m.

La expresión matemática es $z(y,t)=0{,}5\, sen(\frac{\pi}{4}t-20\pi y+\frac{\pi}{2})$ (z, y en m, t en s)

b) La expresión de la velocidad, derivando la elongación

$$v(y,t)=\frac{d\, z(y,t)}{dt}=0{,}5\frac{\pi}{4}\cos(\frac{\pi}{4}t-20\pi y+\frac{\pi}{2})$$ (y en m, t en s, v en m/s)

Numéricamente v(y=0,5 m, t =40 s) = 0,5·(π/4) cos((π/4)·40 - 20π 0,5 + π/2)=0 m/s

enrique@fiquipedia.es

La expresión de la aceleración, derivando la elongación

$$a(y,t)=\frac{dv(y,t)}{dt}=-0{,}5\left(\frac{\pi}{4}\right)^2 sen\left(\frac{\pi}{4}t-20\pi y+\frac{\pi}{2}\right)$$ (y en m, t en s, a en m/s^2)

Numéricamente a(x=0,5 m, t =40 s) = $-0{,}5\cdot(\pi/4)^2$ sen($(\pi/4)\cdot 40 - 20\pi\ 0{,}5 + \pi/2$)=$-\pi^2/32 \approx -0{,}308$ m/s^2

2018-Julio

B. Pregunta 2.-

a) La amplitud es la misma que la elongación máxima en expresión matemática para un punto concreto, por lo que A=0,2 m.

f=1/T=1/4=0,25 Hz.

En la expresión para una punto concreto, el término que acompaña a la coordenada es el número de onda, por lo que $k=2\pi/\lambda \rightarrow 4\pi=2\pi/\lambda \rightarrow \lambda=0{,}5$ m.

La velocidad de propagación es $v=\lambda/T=0{,}5/4=0{,}125$ m/s.

b) Primero obtenemos la expresión matemática de la onda, para la que tomamos función seno

$$Y(x,t)=A\,sen(\omega t-kx+\varphi_0)$$

En este caso $\omega=2\pi/T=\pi/2$ rad/s.

La expresión matemática es $Y(x,t)=0{,}2\,sen\left(\frac{\pi}{2}t-4\pi x+\frac{\pi}{3}\right)$ (x, Y en m, t en s)

La expresión de la velocidad, derivando la elongación

$$v(x,t)=\frac{dY(x,t)}{dt}=0{,}2\frac{\pi}{2}\cos\left(\frac{\pi}{2}t-4\pi x+\frac{\pi}{3}\right)$$ (x en m, t en s, v en m/s)

Numéricamente v(x=0,40 m, t =8 s) = $0{,}1\cdot\pi\cos(\pi\cdot 8/2 - 4\pi\ 0{,}4 + \pi/3)=-0{,}210$ m/s

La expresión de la aceleración, derivando la elongación

$$a(x,t)=\frac{dv(x,t)}{dt}=-0{,}2\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 sen\left(\frac{\pi}{2}t-4\pi x+\frac{\pi}{3}\right)$$ (x en m, t en s, a en m/s^2)

Numéricamente a(x=0,40 m, t =8 s) = $-0{,}2\cdot(\pi/2)^2$ sen($\pi\cdot 8/2 - 4\pi\ 0{,}4 + \pi/3$)=$-0{,}367$ m/s^2

2018-Junio-coincidentes

A. Pregunta 2.- *Similar a 2018-Junio-B2*

a) Mirando en la gráfica elongación frente a posición, se ve que entre x=0 y x=20 m hay 2,5 longitudes de onda, luego $\lambda=20/2{,}5=8$ m.

Mirando en la gráfica de elongación frente a tiempo, se ve que el periodo es T=10 s.

La frecuencia es f=1/T=1/10=0,1 Hz

La velocidad de propagación es $v=\lambda/T=\omega/k= 8/10 = 0{,}8$ m/s.

b) Se trata de una onda que en x01 m y t=0 s tiene elongación máxima, usamos la función coseno, esperando fase inicial nula (si se eligiera seno sería otra fase inicial), pero validamos.

Como se propaga en el sentido de x positivas, ponemos signo menos delante de kx en la expresión.

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$$

El número de onda es $k=2\pi/\lambda=\pi/4$ rad/m.

La amplitud en ambas gráficas se puede ver que es de 2 m.

La frecuencia angular $\omega=2\pi f=2\pi/10=\pi/5$ rad/s.

$$y(x,t)=2\cos\left(\frac{\pi}{5}t-\frac{\pi}{4}x+\varphi_0\right)$$

Para x=0 m, t=0 s, y= 2m → $2=2\cos(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0=0\,rad$

La expresión matemática de la onda es

$$y(x,t)=2\cos\left(\frac{\pi}{5}t-\frac{\pi}{4}x\right)[x,y\,en\,m;t\,en\,s]$$

2018-Junio

B. Pregunta 2.- *Similar a 2015-Junio-B2*

a) Mirando en la gráfica elongación frente a posición (figura 1), se ve que $\lambda=2$ m.

El número de onda es $k=2\pi/\lambda=\pi$ rad/m

La amplitud en ambas gráficas se puede ver que es de 2,5 m.

Mirando en la gráfica de elongación frente a tiempo (figura 2), se ve que el periodo es T=9 s

La frecuencia es f=1/T=1/9 Hz, y la frecuencia angular $\omega=2\pi f=2\pi/9$ rad/s.

La velocidad de propagación es v=λ/T=ω/k=2/9 m/s.
b) Se trata de una onda que en x=1 m y t=0 s tiene elongación nula (figura 2), pero no podemos decir que en t=0 s la elongación sea nula, porque la gráfica de figura 1 no se indica para que valor de t se ha dado (enunciado indica simplemente "un instante t").
Por lo tango usamos de manera genera genérica como función trigonométrica el coseno, sin esperar ningún valor concreto de fase inicial, que calculamos (si se eligiera seno sería otra fase inicial).
Como se propaga en el sentido de x positivas, ponemos signo menos delante de kx en la expresión.

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$$

$$y(x,t)=2{,}5\cos\left(\frac{2\pi}{9}t-\pi x+\varphi_0\right)[y\,en\,m,\,x\,en\,m,\,t\,en\,s]$$

Para x= 1 m y t=0 s tenemos que y=0

$$y(x=1\,m,t=0\,s)=0=2{,}5\cos(-\pi+\varphi_0)\Rightarrow-\pi+\varphi_0=\begin{matrix}\frac{\pi}{2}rad\\ \frac{3\pi}{2}rad\end{matrix}\Rightarrow\varphi_0=\begin{matrix}\frac{3\pi}{2}rad\\ \frac{\pi}{2}rad\end{matrix}$$

Debemos elegir uno de los dos valores de fase inicial; usamos la velocidad de oscilación para una posición fija (x=1 m), que es la pendiente de la gráfica elongación frente a tiempo del enunciado.
En la gráfica tenemos que para x=1 m y t=0 s, la pendiente es positiva.

$$v_{osc}=\frac{dy(x,t)}{dt}=-2{,}5\cdot\frac{2\pi}{9}sen\left(\frac{2\pi}{9}t-\pi x+\varphi_0\right)$$

$$v_{osc}(x=1\,m,t=0\,s)=-2{,}5\cdot\frac{2\pi}{9}sen(-\pi+\varphi_0)$$

Si tomamos fase inicial 3π/2, sen(-π+3π/2)=sen(π/2)>0; la velocidad de oscilación es negativa.
Si tomamos fase inicial π/2, sen(-π+π/2)=sen(-π/2)<0; la velocidad de oscilación es positiva.
Por lo tanto la expresión matemática de la onda es

$$y(x,t)=2{,}5\cos\left(\frac{2\pi}{9}t-\pi x+\frac{\pi}{2}\right)[y\,en\,m,\,x\,en\,m,\,t\,en\,s]$$

2018-Modelo

B. Pregunta 2.-

a) Asociada a la expresión general de una onda $y(x,t)=A\,sen(\omega t\pm kx+\varphi_0)$ tomamos datos:
El signo negativo delante de kx dentro del término de fase indica sentido de propagación hacia x positivas.
k=2,5π rad/m; k=2π/λ → λ=2π/k=2π/2,5π=4/5 =0,8 m
ω=2πf=100π rad/s → f=100π/2π=50 Hz
v_{prop}=ω/k=100π/2,5π=40 m/s
b) La velocidad de oscilación de la perturbación se obtiene derivando la perturbación respecto al tiempo, y la aceleración derivando la velocidad. Se piden valores máximos, no se piden en función del tiempo y basta con dar esos máximos sabiendo que son funciones trigonométricas; aunque se indica en un punto cualquiera de la cuerda, el valor máximo no depende de x, no se trata de ondas estacionarias.
$v_{máx}$=Aω=0,01·100π=π m/s
$a_{máx}=A\omega^2=0{,}01\cdot(100\pi)^2=100\pi^2$ m/s^2

2017-Septiembre

A. Pregunta 2.-

a) Asociada a la expresión general de una onda $y(x,t)=A\,sen(\omega t\pm kx+\varphi_0)$ el signo delante de kx dentro del término de fase indica el sentido de propagación: la dirección de propagación es el eje x, y el sentido es hacia x negativas (el ser el signo delante de kx positivo, a medida que se propaga t aumenta, ωt aumenta, y necesitamos que kx disminuya, por lo que x debe disminuir, para conseguir la misma fase que suponga la misma perturbación mientras se propaga)
k=2π/λ=1,85 → λ= 2π/1,85 = 3,40 m
ω=2πf=2765 → f=2765/2π=440 Hz

b) $v_{prop}=\omega/k=2765/1,85=1,49\cdot10^3$ m/s
La velocidad de oscilación de la perturbación se obtiene derivando la perturbación respecto al tiempo, y obtenemos

$$v_{osc}(x,t)=\frac{d\psi(x,t)}{dt}=10^{-8}\cdot 2765\cos(2765t+1,85x)=2,765\cdot10^{-5}\cos(2765t+1,85x)\begin{bmatrix} v\,en\,m/s \\ t\,en\,s\end{bmatrix}$$

El valor máximo es $2,765\cdot10^{-5}$ m/s

2017-Junio-coincidentes

A. Pregunta 2.-

a) Tomamos función coseno, y ponemos signo negativo delante de kx asociado a sentido de propagación $y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$
$\omega=2\pi f=2\pi\cdot15\cdot10^3=3\pi\cdot10^4$ rad/s
$k=2\pi/\lambda=20\pi$ rad/m

$$v=\frac{dy(x,t)}{dt}=-A\omega\, sen(\omega t+kx+\varphi_0)$$

$$v(x=0\,m,t=0\,s)=-A\omega=-A\omega\, sen(\varphi_0)\Rightarrow 1=sen(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0=\frac{\pi}{2}rad$$

$$y(x,t)=0,2\cos(3\pi\cdot10^4t-20\pi x+\frac{\pi}{2})[y,x\,en\,m,t\,en\,s]$$

b) $y(x=0,3\,m,t=2\,s)=0,2\cos(3\pi10^3\cdot2-20\pi\cdot0,3+\frac{\pi}{2})=0\,m$

2017-Junio

B. Pregunta 2.-

Ejercicio muy similar a 2016 Septiembre B2, variando datos

a) Tomamos función coseno, y ponemos signo positivo delante de kx asociado a sentido de propagación $y(x,t)=A\cos(\omega t+kx+\varphi_0)$
$\omega=\pi/3$ rad/s
$v=\omega/k \rightarrow k=\omega/v=\pi/30$ rad/m

$$y(x=0\,m,t=0\,s)=\frac{0,06}{\pi}=A\cos(\varphi_0)$$

$$v=\frac{dy(x,t)}{dt}=-A\omega\, sen(\omega t+kx+\varphi_0)$$

$$v(x=0\,m,t=0\,s)=0,01=-A\cdot\frac{\pi}{3}sen(\varphi_0)\Rightarrow-\frac{0,03}{\pi}=A\,sen(\varphi_0)$$

Combinando ambas expresiones (dividimos la segunda entre la primera)

$$\tan(\varphi_0)=-0,5\Rightarrow\varphi_0\approx\begin{matrix}-0,46\,rad\\ ó\\ \pi-0,46=2,7\,rad\end{matrix}$$

Como en t=0 la elongación es positiva, y como la amplitud debe ser positiva $\varphi_0\approx-0,46\,rad$

Despejando $A=\frac{0,06}{\pi\cos(-0,46)}\approx0,021\,m$

La función de onda $y(x,t)=0,021\cos(\frac{\pi}{3}t+\frac{\pi}{30}x-0,46)[y,x\,en\,m,t\,en\,s]$

Si se hubiera usado seno, el desfase respecto a coseno es cos(x)=sen(x+π/2), y φ_0=1,1 rad.

b) $v(x=\frac{\lambda}{4},t=0\,s)=-0,021\frac{\pi}{3}sen(\frac{\pi}{3}\cdot0+\frac{2\pi}{\cancel{\lambda}}\frac{\cancel{\lambda}}{4}-0,46)\approx-0,02\,m/s$

2017-Modelo

A. Pregunta 2.- *Resolución idéntica a 2016-Modelo-A2*

2016-Septiembre

B. Pregunta 2.-

a) Tomamos función coseno, y ponemos signo negativo delante de kx asociado a sentido de propagación $y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$
$\omega=\pi/3$ rad/s

v=ω/k → k=ω/v= π/15 rad/m

$$y(x=0m,t=0s)=\frac{0,03}{\pi}=A\cos(\varphi_0)$$

$$v=\frac{dy(x,t)}{dt}=-A\omega\, sen(\omega t-kx+\varphi_0)$$

$$v(x=0m,t=0s)=-0,01=-A\cdot\frac{\pi}{3}sen(\varphi_0)\Rightarrow\frac{0,03}{\pi}=A\, sen(\varphi_0)$$

Combinando ambas expresiones (dividimos la segunda entre la primera)

$\tan(\varphi_0)=1\Rightarrow\varphi_0=\frac{5}{4}\pi\, rad\, ó\,\frac{\pi}{4}rad$ Como en t=0 la elongación es positiva, y como la amplitud debe ser positiva $\varphi_0=\frac{\pi}{4}rad$ Despejando $A=\frac{0,03}{\pi\cos(\frac{\pi}{4})}=0,03\frac{\sqrt{2}}{\pi}m$

La función de onda $y(x,t)=0,03\frac{\sqrt{2}}{\pi}\cos(\frac{\pi}{3}t-\frac{\pi}{15}x+\frac{\pi}{4})[y,x\, en\, m,t\, en\, s]$

b) Cualitativamente podemos indicar que a media longitud de onda y que está en oposición de fase, la velocidad será la misma pero en sentido opuesto. Validamos numéricamente

k=2π/λ → λ =2π/k=2π/(π/15)=30 m

$$v(x=15m,t=0s)=-0,03\frac{\sqrt{2}}{\cancel{\pi}}\frac{\cancel{\pi}}{3}sen(\frac{\pi}{3}0-\frac{\pi}{\cancel{15}}\cancel{15}+\frac{\pi}{4})=\frac{-0,03}{3}(\frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{2}})=0,01m/s$$

2016-Junio

B. Pregunta 2.-

a) La distancia λ entre dos máximos consecutivos es λ=1 m, por lo que k=2π/λ=2π rad/m

El tiempo que un punto pasa de elongación máxima a nula es T/4, luego T=4·0,125=0,5 s, por lo que ω=2π/T=4π rad/s

La velocidad máxima de oscilación es Aω, luego A=0,24π/4π=0,06 m

Tomamos función coseno, y ponemos signo menos delante de kx asociado a sentido de propagación

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$$

$$v=\frac{dy(x,t)}{dt}=-A\omega\, sen(\omega t-kx+\varphi_0)$$

$$v(x=0m,t=0s)=0,24\cancel{\pi}=-0,06\cdot 4\cancel{\pi}\, sen(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0=arcsen(-1)\Rightarrow\varphi_0=\frac{-\pi}{2}rad$$

$$y(x,t)=0,06\cos(4\pi t-2\pi x-\frac{\pi}{2})[x,y\, en\, m;t\, en\, s]$$

Podríamos haber tomado función seno y tendríamos un desfase distinto.

b) v=ω/k= 4π/2π=2 m/s

$$a=\frac{dv(x,t)}{dt}=A\omega^2\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$$

$$a(x,t)=0,06(4\pi)^2\cos(4\pi t-2\pi x-\frac{\pi}{2})[a\, en\, m/s^2,x\, en\, m;t\, en\, s]$$

Se pide la máxima, que es $0,06(4\pi)^2=9,47\ m/s^2$

2016-Modelo

A. Pregunta 2.-

a) $T=\frac{1}{f}=\frac{1}{250}=4\cdot 10^{-3}s$ $v=\frac{\lambda}{T}\Rightarrow\lambda=v\cdot T=250\cdot 4\cdot 10^{-3}=1m$ $k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{1}=2\pi\, rad/m$

$A=0,002m$ $\omega=2\pi f=500\pi\, rad/s$

b) Lo podemos plantear de dos maneras:

1. Obtenemos la ecuación de onda y luego sustituimos. Ponemos signo menos delante de kx ya que se propaga en sentido positivo de eje x.

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\phi_0)[y,x\, en\, m,t\, en\, s]$$

$$y(x=3m,t=0s)=-0,002=0,002\cos(\omega\cdot 0-2\pi\cdot 3+\phi_0)\Rightarrow-6\pi+\phi_0=\arccos(-1)\Rightarrow\phi_0=\pi\, rad$$

$$y(x=2,75m,t=0s)=0,002\cos(\omega\cdot 0-2\pi\cdot 2,75+\pi)=0m$$

2. Utilizando el defase entre ambas situaciones:
Cualitativamente se puede ver que la diferencia de posiciones es 0,25 m, que es ¼ de longitud de onda ya que λ= 1m, por lo que el desfase es $\pi/2$ rad. Dado que en x=3 m la elongación es -A=-0,002 m, en el mismo instante con una diferencia de posición de un cuarto de longitud de onda, tanto antes como después, la elongación será 0.
Numéricamente, como se trata del mismo instante pero distintas posiciones, podemos calcular el desfase asociado $\Delta\phi = k\Delta x = 2\pi(3-2,75) = 0,5\pi = \frac{\pi}{2} rad$
Si en x=3 m la elongación es -A=-0,002 m es porque $\cos(\omega t - k\cdot 3 + \varphi_0) = -1$. Si aumentamos el desfase $\pi/2$ rad, usando trigonometría podemos ver que $\cos(\omega t - k\cdot 3 + \varphi_0 + \pi/2) = 0$.

2015-Junio-Coincidentes

A. Pregunta 2.-

a) Como se propaga en el sentido de x negativas, ponemos signo positivo delante de kx en la expresión.
La amplitud es A=0,03 m.
La velocidad de oscilación máxima es $v_{máx} = \omega A$, luego $\omega = v_{máx}/A = 0,0628/0,03 = 2,09$ rad/s
La velocidad de propagación es $v_{prop} = \omega/k$, luego $k = \omega/v_{prop} = 2,09/0,05 = 41,8$ rad/m
Sustituyendo en la expresión general, donde usamos coseno, para que la fase inicial sea cero.

$$y(x,t) = 3\cdot 10^{-2}\cos(2,09t + 41,8x)[y\, en\, m, x\, en\, m, t\, en\, s]$$

b) El tiempo mínimo requerido para que en el origen la elongación vuelva a ser máxima es el periodo, ya que en el instante inicial en el origen la elongación ya es máxima.
$T = 2\pi/\omega = 2\pi/2,09 = 3$ s

2015-Junio

B. Pregunta 2.-

a) Mirando en la gráfica elongación frente a tiempo (para x=0 cm), se ve que el periodo es T=2 s
La frecuencia es f=1/T=0,5 Hz
Mirando en la gráfica elongación frente a posición (para t=0 s), se ve que λ=10 cm = 0,1 m
El número de onda es $k = 2\pi/\lambda = 20\pi$ rad/m
b) Se trata de una onda que en t=0 s tiene elongación nula, por lo que utilizamos como función trigonométrica el seno para que la fase inicial sea nula. Se puede plantear que como para x=0 cm a partir de t=0 s la función es decreciente y no creciente como es el seno, o bien multiplicamos la función seno por -1 o bien añadimos un desfase de π rad (el sen(π) también es 0). En la gráfica vemos que para t=0 s la función sí es un seno creciente normal para argumento del seno creciente a partir de cero. Como $sen(\theta) = -sen(-\theta)$, en el caso concreto de t=0 s, $sen(-20\pi x) = -sen(20\pi x)$, por lo que sí es necesario añadir el signo menos o el desfase.
Como se propaga en el sentido de x positivas, ponemos signo menos delante de kx en la expresión.
La amplitud en ambas gráficas se puede ver que es de 5 cm = 0,05 m.
La frecuencia angular es $\omega = 2\pi f = \pi$ rad/s

$$y(x,t) = -5\cdot 10^{-2} sen(\pi t - 20\pi x)[y\, en\, m, x\, en\, m, t\, en\, s] \text{ ó}$$

$$y(x,t) = 5\cdot 10^{-2} sen(\pi t - 20\pi x + \pi)[y\, en\, m, x\, en\, m, t\, en\, s]$$

Como validación podemos comprobar la velocidad de oscilación para una posición fija (x=0 cm), que sería la pendiente de la gráfica elongación frente a tiempo del enunciado

$$v_{osc} = \frac{dy(x,t)}{dt} = -5\cdot 10^{-2}\cdot\pi\cos(\pi t - 20\pi x)$$

$$v_{osc}(x=0, t=0) = -5\cdot 10^{-2}\cdot\pi\cos(0) < 0$$

Para validar la pendiente en la primera gráfica de elongación frente a posición, sería

$$\frac{dy(x,t)}{dx} = -5\cdot 10^{-2}\cdot(-20\pi)\cos(\pi t - 20\pi x)$$

$$\frac{dy(x,t)}{dx}(x=0, t=0) = 5\cdot 10^{-2}\cdot 20\pi\cos(0) > 0$$

2015-Modelo

B. Pregunta 2.-

a) Si tomamos la expresión general de ecuación de onda que se propaga hacia x positivas, utilizando el seno (la elección de seno o coseno es arbitraria, supone tener una diferencia de fase inicial)

$y(x,t)=A\,sen(\omega t-k\,x+\varphi_0)$

Comparando con el enunciado tenemos A= 2 m, ω=7 rad/s, k=4 rad/m, y la fase inicial es cero.

$v=\frac{\omega}{k}=\frac{7}{4}=1{,}75\,m/s$

La velocidad de vibración / oscilación es $v_{osc}=\frac{d\,y(x,t)}{dt}=A\,\omega\cos(\omega t-k\,x)$

Se pide la velocidad de oscilación máxima, que es $v_{osc\,máx}=A\,\omega=2\cdot 7=14\,m/s$

b) El tiempo que tarda la onda en recorrer una distancia igual a la longitud de onda es el periodo,

$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{7}\approx 0{,}9\,s$

2014-Septiembre

A. Pregunta 2.-

a) $k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{6}=\frac{\pi}{3}rad/cm$

$v=\frac{\omega}{k}\Rightarrow\omega=v\cdot k=12\cdot\frac{\pi}{3}=4\pi\,rad/s$

$f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{4\pi}{2\pi}=2\,Hz$

b) Obtenemos la expresión general, con sentido propagación hacia x negativas, tomamos coseno

$y(x,t)=A\cos(\omega t+k\,x+\phi_0)$

Sustituyendo

$y(x,t)=1\cos(4\pi t+\frac{\pi}{3}x+\phi_0)$

$y(x=0,t=0)=-1=\cos(\phi_0)\Rightarrow\phi_0=\pi\,rad$

La expresión de la elongación es

$y(x,t)=\cos(4\pi t+\frac{\pi}{3}x+\pi)[y\,en\,cm,x\,en\,cm,t\,en\,s]$

$y(x=24\,cm,t=0{,}15\,s)=\cos(4\pi\cdot 0{,}15+\frac{\pi}{3}\cdot 24+\pi)\approx 0{,}31\,cm$

La expresión de la velocidad es

$v(x,t)=-4\pi\,sen(4\pi t+\frac{\pi}{3}x+\pi)[v\,en\,cm/s,x\,en\,cm,t\,en\,s]$

$v(x=24\,cm,t=0{,}15\,s)=-4\pi\,sen(4\pi\cdot 0{,}15+\frac{\pi}{3}\cdot 24+\pi)\approx 11{,}95\,cm/s$

2014-Junio-Coincidentes

A. Pregunta 2.-

a) Si en el instante inicial y en x=0 la elongación es -A y la velocidad nula, y 2 s después la velocidad alcanza por primera vez el valor máximo, quiere decir que en esos 2 se ha llegado a la posición de equilibrio y=0 que es donde la velocidad es máxima, y el tiempo transcurrido es ¼ del periodo, por lo que el periodo es T=4·2=8 s

f=1/T=1/8=0,125 Hz

v_{prop}=λ/T=1/8=0,125 m/s

b) Como en el instante inicial la elongación es -A, tomamos función coseno y ponemos un signo menos a la amplitud, con lo que la fase inicial será cero. (sin poner signo delante A sería fase π rad)

ω=2πf=π/4 rad/s

k=2π/λ=2π rad/m

La velocidad de oscilación máxima es $v_{máx}$= ωA, luego A=$v_{máx}$/ω=0,5/(π/4)=0,637 m

Sustituyendo y poniendo un + delante de kx ya que se propaga en sentido negativo eje x

$y(x,t)=-0{,}637\cdot\cos(\frac{\pi}{4}t+2\pi x)[y\,en\,m,x\,en\,m,t\,en\,s]$

2014-Junio

B. Pregunta 2.-

a) Expresión general para sentido positivo, tomamos coseno $y(x,t)=A\cos(\omega t-k x+\varphi_0)$

Con los datos del enunciado:

A=0,2 cm

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{3}rad/m$$

$$v=\frac{\omega}{k}\Rightarrow\omega=v\cdot k=30\cdot\frac{2\pi}{3}=20\pi\,rad/s$$

$$y(x=0,t=0)=0=0{,}2\cdot\cos(20\pi\cdot0-\frac{2\pi}{3}\cdot0+\varphi_0)\Rightarrow0=\cos(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0\,puede\,ser\,\frac{\pi}{2}rad\,ó\,3\frac{\pi}{2}rad$$

Como nos indican que en ese instante la velocidad de vibración es positiva

$$v_{osc}(x,t)=\frac{dy}{dt}=-0{,}2\cdot20\cdot\pi\cdot sen(20\pi\cdot t-\frac{2\pi}{3}\cdot x+\varphi_0)$$

$$v_{osc}(x=0,t=0)=-0{,}2\cdot20\cdot\pi\cdot sen(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0\,debe\,ser\,3\frac{\pi}{2}rad\,para\,que\,v_{osc}\,sea\,positiva$$

La expresión final es

$$y(x,t)=0{,}2\cdot\cos(20\pi\cdot t-\frac{2\pi}{3}\cdot x+3\frac{\pi}{2})[x\,en\,m,t\,en\,s,y\,en\,cm]$$

b) $|v_{osc\,máx}|=\omega\cdot A=20\cdot\pi\cdot0{,}2=4\pi\approx12{,}56\,cm/s$

$$|a_{osc\,máx}|=\omega^2\cdot A=(20\cdot\pi)^2\cdot0{,}2=80\pi^2\approx790\,cm/s^2$$

2014-Modelo

B. Pregunta 2.- *(Similar a 2002-Septiembre-Cuestión 1)*

a) La velocidad de la propagación de la onda no variará ya que sólo depende de las propiedades del medio por el que se propaga la onda , no de la frecuencia.

Longitud de onda: como la velocidad de propagación se mantiene constante y es el cociente entre longitud de onda y periodo, si el periodo se duplica, la longitud de onda también se duplicará.

Matemáticamente $\lambda_2=\frac{v}{f_2}=\frac{v}{\frac{f_0}{2}}=\frac{2v}{f_0}=\frac{2v}{\frac{v}{\lambda_0}}=2\lambda_0$

Periodo. Si la frecuencia se reduce a la mitad, el periodo de duplica.

Matemáticamente $T_2=\frac{1}{f_2}=\frac{1}{\frac{f_0}{2}}=\frac{2}{f_0}=2T_0$

Amplitud: no variará ya que no depende de la frecuencia.

b) La velocidad de la propagación de la onda no variará ya que sólo depende de las propiedades del medio por el que se propaga la onda , no de la amplitud.

La velocidad máxima de oscilación de las partículas se duplicará, ya que $v_{máx}=A\omega$.

Matemáticamente $v_{máx2}=A_2\omega_0=2A_0\omega_0=2v_{máx0}$

Longitud de onda: como la velocidad de propagación se mantiene constante y es el producto de longitud de onda y frecuencia, siendo esta también constante, la longitud de onda no varía.

2013-Junio-Coincidentes

B. Pregunta 2.-

a) A=0,02 m, λ=1 m. Como en el instante inicial la elongación es +A, tomamos función coseno, con lo que la fase inicial será cero.

k=2π/λ=2π rad/m

v_{prop}=ω/k → ω=k·v_{prop}=2π·3 =6π rad/s

Sustituyendo y poniendo un - delante de kx ya que se propaga en sentido positivo eje x

$$y(x,t)=0{,}02\cdot\cos(6\pi t-2\pi x)[y\,en\,m,x\,en\,m,t\,en\,s]$$

b) $$v_{osc}(x,t)=\frac{dy}{dt}=-0{,}02\cdot 6\pi\cdot sen(6\pi\cdot t-2\pi x)$$
$$v_{osc}(x=0{,}75\,m;t=2\,s)=-0{,}02\cdot 6\pi\cdot sen(6\pi 2-2\pi\cdot 0{,}75)=-0{,}12\pi\,m/s$$
$$a(x,t)=\frac{dv_{osc}}{dt}=-0{,}02\cdot(6\pi)^2\cdot\cos(6\pi\cdot t-2\pi x)$$
$$a(x=0{,}75\,m;t=2\,s)=-0{,}02\cdot(6\pi)^2\cdot\cos(6\pi 2-2\pi\cdot 0{,}75)=0\,m/s^2$$

2013-Junio

A. Pregunta 1.-

a) Expresión general para sentido positivo, tomamos coseno $y(x,t)=A\cos(\omega t-k x+\varphi_0)$
Para un determinado instante t, la diferencia de fase entre dos puntos x_1 y x_2 será
$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=(\omega t-kx_2+\Phi_0)-(\omega t-kx_1+\Phi_0)=k(x_1-x_2)=k\Delta x$;
$$v=\frac{\lambda}{T}=\frac{\omega}{k}=\frac{2\pi f}{k}\Rightarrow k=\frac{2\pi f}{v}=\frac{2\pi 500}{600}=\frac{5}{3}\pi\,rad/m$$
Sustituyendo: $\pi/3=(5/3)\pi\Delta x\rightarrow\Delta x=1/5=0{,}2$ m
Podemos plantear cualitativamente que un desfase de 60º = π/3 radianes es 1/6 de longitud de onda, por lo que la distancia será 1/6 de la longitud de onda
$v=\lambda f\Rightarrow\lambda=\frac{v}{f}=\frac{600}{500}=1{,}2\,m$ 1/6 de longitud de onda son 0,2 m.
b) Para un determinado punto x, la diferencia de fase entre dos instantes t_1 y t_2 será
$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=(\omega t_2-kx+\Phi_0)-(\omega t_1-kx+\Phi_0)=\omega(t_2-t_1)=2\pi 500\Delta t$;
$\Delta\varphi=1000\pi\cdot 2\cdot 10^{-3}=2\pi$ rad
Podemos plantear cualitativamente que un 2 milésimas de segundo es precisamente el periodo, luego ambos puntos estarán en fase, separados 2π rad.

2013-Modelo

B. Pregunta 2.-

a) Para un determinado instante t, la diferencia de fase entre dos puntos x_1 y x_2 será
$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=(100\pi t-0{,}4\pi x_2+\Phi_0)-(100\pi t-0{,}4\pi x_1+\Phi_0)=0{,}4\pi(x_1-x_2)=-0{,}4\pi\Delta x$;
$\Delta x=\Delta\varphi/(-0{,}4\pi)=(\pi/5)/(-0{,}4\pi)=-0{,}5$ m
El signo menos indica que para que la diferencia de fase sea positiva, el segundo punto tiene que tener una coordenada menor que el primero.
b) Para un determinado punto x, la diferencia de fase entre dos instantes t_1 y t_2 será
$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=(100\pi t_2-0{,}4\pi x+\Phi_0)-(100\pi t_1-0{,}4\pi x+\Phi_0)=100\pi(t_2-t_1)=100\pi\Delta t$;
$\Delta\varphi=100\pi\cdot 5\cdot 10^{-3}=0{,}5\pi=\pi/2$ rad

2012-Septiembre

B. Pregunta 1.-

a) Expresión general para sentido positivo, tomamos coseno $y(x,t)=A\cos(\omega t-k x+\varphi_0)$
Tomamos datos del enunciado, manejando distancias en centímetros
$$\omega=4\pi\,rad/s$$
$$v=\frac{\omega}{k}=40\Rightarrow k=\frac{\omega}{v}=\frac{\pi}{10}\,cm/s$$
Sustituyendo
$$y(x,t)=A cos\left(4\pi t-\frac{\pi}{10}x+\varphi_0\right)$$
$$y(x=0\,m,t=0\,s)=2{,}3=A\cos(\varphi_0)$$
$$v(x,t)=\frac{dy(x,t)}{dt}=-4\pi A\,sen\left(4\pi t-\frac{\pi}{10}x+\varphi_0\right)$$
$$v(x=0\,m,t=0\,s)=27=-4\pi A\,sen(\varphi_0)$$
Dividimos ambas expresiones
$$\frac{-4\pi A\,sen(\varphi_0)}{A\cos(\varphi_0)}=\frac{27}{2{,}3}\Rightarrow\tan(\varphi_0)=\frac{27}{-4\pi 2{,}3}\Rightarrow\varphi_0=-0{,}75\,rad$$
Conocida la fase inicial calculamos la amplitud

$$2{,}3=A\cos(-0{,}75)\Rightarrow A=\frac{2{,}3}{\cos(-0{,}75)}=3{,}14\,cm$$

La expresión final $y(x,t)=3{,}14\cos(4\pi t-\frac{\pi}{10}x-0{,}75)(x,y\,en\,cm,t\,en\,s)$

b) Para la posición x=0, $y(t)=3{,}14\cos(4\pi t-0{,}75)$

La elongación máxima (en valor absoluto) implica que la fase del coseno es 0 ó π.

Como en t=0 la fase es negativa y va creciendo, la primera ocasión en la que es máxima será 0.

4πt-0,75= 0; t=-0,75/(-4π)=0,0597 s

2012-Junio

A. Pregunta 2.-

a) Expresión general para sentido positivo, tomamos coseno $y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$

Utilizamos los datos del enunciado
$$A=0{,}2\,m$$
$$\omega=2\pi f=60\pi\,rad/s$$
$$v=\frac{\omega}{k}=5\Rightarrow k=\frac{\omega}{v}=12\pi\,rad/m$$

Sustituyendo

$$y(x,t)=0{,}2\cos(60\pi t-12\pi x+\varphi_0)$$
$$y(x=0\,m,t=0\,s)=0=0{,}2\cos(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0=\frac{\pi}{2}rad\text{ ó }-\frac{\pi}{2}rad$$
$$v(x,t)=\frac{dy(x,t)}{dt}=-12\pi\,sen(60\pi t-12\pi x+\varphi_0)$$
$$v(x=0\,m,t=0\,s)=-12\pi\,sen(\varphi_0)>0\Rightarrow\varphi_0=\frac{-\pi}{2}rad$$

Expresión final $y(x,t)=0{,}2\cos(60\pi t-12\pi x-\frac{\pi}{2})[y,x\,en\,m,t\,en\,s]$

b) $|v_{máx}|=A\omega=12\pi\,m/s$

$|a_{máx}|=A\omega^2=720\pi^2\,m/s^2$

2012-Modelo

B. Pregunta 2.-

a)
$$v=\frac{\lambda}{T}=\lambda f\Rightarrow\lambda=\frac{v}{f}=\frac{200}{100}=2\,m$$
$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{2}=\pi\,rad/m$$

b)
$$\omega=2\pi f=200\,rad/s$$
$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)=1{,}5\cos(200\pi t-\pi x+\varphi_0)$$
$$y(x=3\,m,t=0)=1{,}5=1{,}5\cos(-3\pi+\varphi_0)\Rightarrow-3\pi+\varphi_0=0\Rightarrow\varphi_0=3\pi\,rad$$
$$y(x,t)=1{,}5\cos(200\pi t-\pi x+3\pi)[y,x\,en\,m,t\,en\,s]$$

2011-Septiembre-Coincidentes

B. Problema 1.-

a) $v=\frac{\lambda}{T}=\frac{1}{0{,}2}=5\,m/s$

b) $\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{0{,}2}=10\pi\,rad/s\,;k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{1}=2\pi\,rad/m$

La velocidad es nula cuando la elongación es máxima, luego A=0,1 m (Se puede razonar matemáticamente con la expresión de la velocidad en función del tiempo, apartado d)

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)=0{,}1\cos(10\pi t-2\pi x+\varphi_0)$$
$$y(x=0,t=0)=0{,}1=0{,}1\cos(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0=0\,rad$$
$$y(x,t)=0{,}1\cos(10\pi t-2\pi x)[x\,e\,y\,en\,m,t\,en\,s]$$

c) $y(x=0{,}4\,m,t=4\,s)=0{,}1\cos(10\pi 4-2\pi 0{,}4)=-0{,}08\,m$

d) $v=\frac{d(y(x,t))}{dt}=-0{,}1\cdot 10\cdot\pi\,sen(10\pi t-2\pi x)[v\,en\,m/s,x\,en\,m,t\,en\,s]$

(Asociado al apartado b, se puede ver como v(x=0, t=0)=0)

2011-Septiembre

A. Problema 1.-

a) $v=\frac{\lambda}{T}=\lambda\cdot f=0{,}04\cdot 8=0{,}32\,m/s$

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$$
$$y(x=0,t=0)=0{,}01=0{,}02\cos(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0=arcos(0{,}5)=\pm\frac{\pi}{3}rad$$

b)
$$v(x,t)=\frac{dy(x,t)}{dt}=-A\omega\,sen(\omega t-kx+\varphi_0)$$
$$v(x=0,t=0)=-0{,}02\,sen(\varphi_0)>0\Rightarrow\varphi_0=\frac{-\pi}{3}rad$$

c)
$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)=0{,}02\cos(2\pi 8t-2\frac{\pi}{0{,}04}x-\frac{\pi}{3})$$
$$y(x,t)=0{,}02\cos(16\pi t-50\pi x-\frac{\pi}{3})[y,x\,en\,m,t\,en\,s]$$

d) Podemos plantear cualitativamente que un desfase de π/3 radianes es 1/6 de longitud de onda, por lo que la separación será λ/6=0,04/6=0,0067 m

Matemáticamente $\Delta\varphi=k\Delta x\Rightarrow\frac{\pi}{3}=\frac{2\pi}{0{,}04}\cdot\Delta x\Rightarrow\Delta x=0{,}0067\,m$

2011-Junio-Coincidentes

A. Cuestión 1.-

a)
$$\omega=\sqrt{\frac{K}{m}}=\sqrt{\frac{4\pi^2\cdot 10^4}{1}}=2\pi 10^2=200\pi\,rad/s$$
$$f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{200\pi}{2\pi}=100\,Hz;\lambda=\frac{v}{f}=\frac{10}{10^2}=0{,}1\,m$$

b)
$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{0{,}1}=20\pi\,rad/m$$
$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)=0{,}01\cos(200\pi t-20\pi x+\varphi_0)$$
$$y(x=0\,m,t=0\,s)=0{,}01=0{,}01\cos(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0=0\,rad$$
$$v(x,t)=-A\omega\,sen(\omega t-kx+\varphi_0)=-2\pi\,sen(200\pi t-20\pi x+\varphi_0)$$
$$v(x=0\,m,t=0s)=0=-2\pi\,sen(0)[comprobación,no\,necesitamos\,el\,dato]$$
$$y(x,t)=1{,}5\cos(200\pi t-\pi x)[y,x\,en\,m,t\,en\,s]$$

2011-Junio

A. Cuestión 2.-

a)
$$v=\frac{0{,}5}{2}=0{,}25\,m/s;\lambda=0{,}25\,m;v=\lambda f\Rightarrow f=\frac{v}{\lambda}=\frac{0{,}25}{0{,}25}=1\,Hz$$
$$\omega=2\pi f=2\pi\,rad/s;k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{0{,}25}=8\pi\,rad/m$$

Asumimos propagación sentido de x positivas

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)=0{,}05\cos(2\pi t-8\pi x+\varphi_0)$$
$$y(x=0m,t=0s)=0=0{,}05\cos(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0=\frac{+\pi}{2}\,ó-\frac{\pi}{2}rad$$
$$y(x,t)=0{,}05\cos(2\pi t-8\pi x\pm\frac{\pi}{2})[y,x\,en\,m,t\,en\,s]$$

Nota: con los datos del enunciado hay dos opciones para la fase inicial

$$y(x,t)=0{,}05\cos(2\pi t-8\pi x\pm\frac{\pi}{2})$$

b)
$$a(x,t)=\frac{d^2}{dt}y(x,t)=-0{,}05(2\pi)^2\cos(2\pi t-8\pi x\pm\frac{\pi}{2})$$
$$a(x=0{,}25\,m,t=1\,s)=-0{,}05(2\pi)^2\cos(2\pi-8\pi\cdot 0{,}25\pm\frac{\pi}{2})$$
$$a(x=0{,}25\,m,t=1\,s)=-0{,}2\pi^2\cos(2\pi-2\pi\pm\frac{\pi}{2})=0\,m/s^2$$

2011-Modelo
B. Problema 1.-
Nota: Similar a 2010-Modelo-B-Problema 1, utilizando otros datos.

a) $A=5\,cm=0{,}05\,m\,;\omega=\frac{\pi}{3}=2\pi f\Rightarrow f=\frac{1}{6}\,Hz$

b) Podemos plantear cualitativamente que un desfase de π radianes es media longitud de onda, por lo que la longitud de onda será el doble de esa distancia mínima, es decir λ=0,6 m

Matemáticamente $\Delta\phi=k\,\Delta x\Rightarrow\pi=\frac{2\pi}{\lambda}\cdot 0{,}3\Rightarrow\lambda=0{,}6\,m$ $\quad v=\lambda f=\frac{0{,}6\cdot 1}{6}=0{,}1\,m/s$

c) Utilizamos como función el seno que es la que describe el desfase en x =0, y así tendremos el mismo desfase inicial

$$k=\frac{2\pi}{0{,}6}=\frac{10}{3}\pi\,rad/m$$

$$y(x,t)=A\,sen(\omega t-k\,x+\phi_0)=0{,}05\,sen\left(\frac{\pi}{3}t-\frac{10}{3}\pi x+\frac{\pi}{4}\right)[y,x\,en\,m,t\,en\,s]$$

d) Se piden dos cosas: v(x=0,9 m, t) y v(x=0,9 m, t= 20 s)

$$v(x,t)=\frac{d}{dt}y(x,t)=A\omega\cos(\omega t-k\,x+\phi_0)=0{,}05\frac{\pi}{3}\cos\left(\frac{\pi}{3}t-\frac{10}{3}\pi x+\frac{\pi}{4}\right)[v\,en\,m/s,x\,en\,m,t\,en\,s]$$

$$v(x=0{,}9\,m,t)=0{,}05\frac{\pi}{3}\cos\left(\frac{\pi}{3}t-\frac{10}{3}\pi 0{,}9+\frac{\pi}{4}\right)=0{,}05\frac{\pi}{3}\cos\left(\frac{\pi}{3}t+\frac{-36+3}{12}\pi\right)$$

$$v(x=0{,}9\,m,t)=0{,}05\frac{\pi}{3}\cos\left(\frac{\pi}{3}t-\frac{11}{4}\pi\right)[v\,en\,m/s,t\,en\,s]$$

$$v(x=0{,}9\,m,t=20\,s)=0{,}05\frac{\pi}{3}\cos\left(\frac{\pi}{3}20-\frac{11}{4}\pi\right)=0{,}05\frac{\pi}{3}\cos\left(\frac{80-33}{12}\pi\right)$$

$$v(x=0{,}9\,m,t=20\,s)=0{,}05\frac{\pi}{3}\cos\left(\frac{47}{12}\pi\right)=0{,}0506\,m/s$$

2010-Septiembre-Fase General
B. Cuestión 2.-
a) Observando la gráfica, vemos que la distancia temporal mínima entre dos puntos en fase es de 3 s, luego T = 3 s. $v=\frac{\lambda}{T}=\frac{1}{3}=0{,}33\,m/s$

b) En la gráfica vemos que A=0,8 m. Como para x =0 la función respecto de t vale cero en t=0 y su valor es creciente hasta T/4, utilizamos la función seno para conseguir desfase inicial nulo (se podría plantear de manera general el cálculo de fase inicial). Al indicarse que se propaga hacia x positivas ponemos signo negativo delante de kx.

$$y(x,t)=A\,sen(\omega t-k\,x)=0{,}8\,sen\left(\frac{2\pi}{3}t-2\pi x\right)[y,x\,en\,m,t\,en\,s]$$

2010-Junio-Fase General
A. Cuestión 2.-
a) $y(x,t)=A\cos(\omega t-k\,x+\varphi_0)$

b) Amplitud: valor máximo de la perturbación en un punto concreto de la dirección de propagación, respecto a su valor de equilibrio.

Período: intervalo de tiempo en el que se completa una oscilación completa en un punto concreto de la dirección de propagación.

Longitud de onda: distancia mínima entre dos puntos de la dirección de propagación que oscilan en fase.

Fase inicial: argumento de la función trigonométrica a t=0 y x=0 que determina el valor de la perturbación en t=0 y x=0.

2010-Junio-Fase Específica
A. Problema 1.-

a) $f=\frac{1}{T}=\frac{1}{2}=0{,}5\,Hz\,;\lambda=\frac{v}{f}=\frac{0{,}6}{0{,}5}=1{,}2\,m$

$$\omega=2\pi f=2\pi 0{,}5=\pi\,rad/s\,;k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{1{,}2}=\frac{20}{12}\pi=\frac{5}{3}\pi\,rad/m$$

b) $y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)=A\cos(\pi t-\frac{5}{3}\pi x+\varphi_0)[y,x\,en\,m,t\,en\,s]$

$$v(x,t)=-A\omega\,sen(\omega t-kx+\varphi_0)=-A\pi\,sen(\pi t-\frac{5}{3}\pi x+\varphi_0)[v\,en\,m/s,x\,en\,m,t\,en\,s]$$

Usamos los datos proporcionados para x=0,3 m y t =1 s. Cualitativamente: si la elongación es nula, la velocidad tendrá un valor absoluto máximo, ya que la oscilación está pasando por el punto de equilibrio. Si la velocidad es positiva, quiere decir que el valor de la elongación aumenta, y como hemos utilizado para la elongación la función coseno, que es creciente argumento 0, tenemos que añadir desfase.

$$y(x=0{,}3\,m,t=1\,s)=0=A\cos(\pi-\frac{5}{3}\pi 0{,}3+\varphi_0)=A\cos(\pi-0{,}5\pi+\varphi_0)=A\cos(\frac{\pi}{2}+\varphi_0)$$

$$\frac{\pi}{2}+\varphi_0=\arccos(0)=\frac{\pm\pi}{2}\,rad\Rightarrow\varphi_0=0\,ó\,\pi\,rad\,[2\,opciones]$$

$$v(x=0{,}3\,m,t=1\,s)>0\,;-A\pi\,sen(\frac{\pi}{2}+\varphi_0)>0\Rightarrow\varphi_0=\pi\,rad\,[\varphi_0=0\,rad\,daría\,v<0]$$

Usamos los datos proporcionados para x=0,3 m y t =1,5 s, inicialmente los del enunciado para reconocer la situación de que el dato no permite obtener una solución. Cualitativamente podemos ver que son datos para la misma posición, y 0,5 s después, es decir T/4 después, y como el valor de la elongación aumenta, sabemos que la elongación será máxima y positiva, punto en el que la velocidad es nula.

$$y(x=0{,}3\,m,t=1{,}5\,s)=-0{,}05=A\cos(1{,}5\pi-0{,}5\pi+\pi)=A\cos(2\pi)=A\Rightarrow A=-0{,}05\,m$$

Vemos que el resultado es inconsistente, ya que la amplitud en la expresión debe ser positiva. Si utilizamos el dato corregido

$$y(x=0{,}3\,m,t=1{,}5\,s)=+0{,}05=A\cos(1{,}5\pi-\frac{5}{3}\pi 0{,}3+\pi)=A\cos(2\pi)=A\Rightarrow A=+0{,}05\,m$$

$$v(x=0{,}3\,m,t=1{,}5\,s)=0=-A\pi\,sen(2\pi)=0[comprobación,\,el\,dato\,no\,lo\,usamos]$$

c) $y(x,t)=0{,}05\cos(\pi t-\frac{5}{3}\pi x+\pi)[y,x\,en\,m,t\,en\,s]$

d) Cualitativamente podemos ver que si una longitud de onda implica un desfase de 2π rad, un cuarto de longitud de onda será la cuarta parte. Matemáticamente $\Delta\varphi=k\Delta x=\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{\lambda}{4}=\frac{\pi}{2}rad$

2010-Modelo

B. Problema 1.-

Solución 100% idéntica a a 2007-Junio-A-Problema 1

2009-Septiembre

A. Problema 1.-

a)
$$v=\lambda f\Rightarrow f=\frac{v}{\lambda}=\frac{0{,}7}{1{,}4}=0{,}5\,Hz\,;\omega=2\pi f=\pi\,rad/s$$

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{1{,}4}=\frac{10}{7}\pi\approx 4{,}5\,rad/m$$

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)=0{,}08\cos(\pi t-\frac{10}{7}\pi x+\phi_0)$$

$$y(x=0\,m,t=0\,s)=0{,}04=0{,}08\cos(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0=\arccos(\frac{0{,}04}{0{,}08})=\frac{\pm\pi}{3}rad$$

b) $$v(x,t)=-A\omega\,sen(\omega t-kx+\varphi_0)=-0{,}08\pi\,sen(\pi t-\frac{10}{7}\pi x+\frac{\pi}{3})$$

$$v(x=0,t=0)=-0{,}08\pi\,sen(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0=\frac{-\pi}{3}[\varphi_0=\frac{\pi}{3}\,daría\,v<0]$$

$$y(x,t)=0{,}08\cos(\pi t-\frac{10}{7}\pi x-\frac{\pi}{3})[y,x\,en\,m,t\,en\,s]$$

c) $$y(x=0{,}7\,m,t)=0{,}08\cos(\pi t-\frac{10}{7}\pi 0{,}7-\frac{\pi}{3})=0{,}08\cos(\pi t-\frac{4}{3}\pi)[y\,en\,m,t\,en\,s]$$

d) Podemos plantear cualitativamente que 0,35 m es un cuarto de la longitud de onda, por lo el desfase será una cuarta parte de 2π, es decir π/2 rad.

Matemáticamente $\Delta\phi=k\Delta x=\frac{2\pi}{1{,}4}\cdot 0{,}35=\frac{\pi}{2}rad$

2008-Septiembre

B. Problema 2.-

a) $\lambda=\frac{2\pi}{k}=\frac{2\pi}{\pi}=2\,m;\,v=\lambda f=\frac{\omega}{k}=\frac{2\pi}{\pi}=2\,m/s$

b) $\Delta\varphi=\varphi(x+\Delta x)-\varphi(x)=\omega t-k(x+\Delta x)-\varphi_0-(\omega t-kx-\varphi_0)=k\Delta x=\pi\cdot 1=\pi\,rad$

c) $\Delta\varphi=\varphi(t+\Delta t)-\varphi(t)=\omega(t+\Delta t)-kx-\varphi_0-(\omega t-kx-\varphi_0)=\omega\Delta t=2\pi\cdot 2=4\pi\,rad$

d) $v_{máx\,oscilación}=máx(\pi\cos(2\pi t-\pi x+\pi))=\pi\,m/s[También\,como\,A\omega=0{,}5\cdot 2\pi]$

2008-Modelo

Cuestión 2.-

a) $f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{2\pi}{2\pi}=1\,Hz;\,v=\lambda f=\frac{\omega}{k}=\frac{2\pi}{\frac{\pi}{4}}=8\,m/s$

b) 120º = 2π/3 rad

$$\Delta\varphi=k\Delta x\Rightarrow\Delta x=\frac{\Delta\varphi}{k}=\frac{\frac{2\pi}{3}}{\frac{\pi}{4}}=\frac{8}{3}=2{,}67\,m$$

2007-Septiembre

Cuestión 2.-

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{0{,}2}=10\pi\,rad/s$$

a y b)
$$y(x,t)=A\cos(\omega t+kx+\varphi_0)=A\cos(10\pi t+kx+\varphi_0)$$
$$v(x,t)=-A\omega\,sen(\omega t+kx+\varphi_0)=-A10\pi\,sen(10\pi t+kx+\varphi_0)$$
$$y(x=0\,m,t=0\,s)=0{,}02=A\cos(\varphi_0)$$
$$v(x=0\,m,t=0\,s)=-2=-A10\pi\,sen(\varphi_0)$$

Podríamos obtener fácilmente φ_0 primero dividiendo ambas expresiones pero nos piden primero la amplitud, operamos para obtenerla sin calcular antes φ_0

$$(\cos(\varphi_0))^2=(\frac{0{,}02}{A})^2$$

$$(sen(\varphi_0))^2=(\frac{-2}{-A10\pi})^2$$

$$(\cos(\varphi_0))^2+(sen(\varphi_0))^2=1=(\frac{0{,}02}{A})^2+(\frac{1}{5\pi A})^2$$

$$1=\frac{0{,}02^2\cdot 5^2\pi^2+1}{5^2\pi^2 A^2}\Rightarrow A=\sqrt{\frac{0{,}02^2\cdot 5^2\pi^2+1}{5^2\pi^2}}=0{,}0675\,m$$

Podemos obtener φ_0 *de dos maneras:*

A: Dividiendo las dos expresiones anteriores

b) $$\frac{-2}{0{,}02}=-10\pi\,tg(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0=arctg\left(\frac{-2}{0{,}02\cdot(-10\cdot\pi)}\right)=1{,}27\,rad\;ó\;1{,}27+\pi\,rad$$

$$B: Una\ vez\ conocido\ A;\ \cos(\varphi_0)=\frac{0{,}02}{A}\Rightarrow\varphi_0=\arccos\left(\frac{0{,}02}{0{,}0675}\right)=\pm 1{,}27\,rad$$

$$Tomamos\ \varphi_0=1{,}27\,rad\ para\ que\ y(x=0\,m,t=0\,s)>0\ y\ v(x=0\,m,t=0\,s)<0$$

c) $v_{máx\,oscilación}=máx(0{,}0675\cdot 10\pi\,sen(10\pi t+k\,x+1{,}27))=0{,}675\pi=2{,}1\,m/s\,[También\ como\ A\,\omega]$

d) $$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{v\cdot T}=\frac{\omega}{v}=\frac{10\pi}{30}=\frac{\pi}{3}\,rad/m$$

$$y(x,t)=A\cos(\omega t+kx+\varphi_0)=0{,}0675\cos(10\pi t+\frac{\pi}{3}x+1{,}27)\,[y,x\ en\ m,t\ en\ s]$$

2007-Junio

A. Problema 1.-

a) $A=2\,cm=0{,}02\,m;\ \omega=\frac{\pi}{4}=2\pi f\Rightarrow f=\frac{1}{8}=0{,}125\,Hz$

b) Podemos plantear cualitativamente que un desfase de π radianes es media longitud de onda, por lo que la longitud de onda será el doble de esa distancia mínima, es decir λ=0,4 m

Matemáticamente $\Delta\phi=k\,\Delta x\Rightarrow\pi=\frac{2\pi}{\lambda}\cdot 0{,}3\Rightarrow\lambda=0{,}4\,m$ $\quad v=\lambda f=\frac{0{,}4\cdot 1}{8}=0{,}05\,m/s$

c) Utilizamos como función el seno que es la que describe el desfase en x=0, y así tendremos el mismo desfase inicial

$$k=\frac{2\pi}{0{,}4}=5\pi\,rad/m$$

$$y(x,t)=A\,sen(\omega t-k\,x+\varphi_0)=0{,}02\,sen(\frac{\pi}{4}t-5\pi x+\frac{\pi}{2})\,[y,x\ en\ m,t\ en\ s]$$

d) Se piden dos cosas: v(x=0,8 m, t) y v(x=0,8 m, t= 20 s)

$$v(x,t)=\frac{d}{dt}y(x,t)=A\omega\cos(\omega t-k\,x+\varphi_0)=0{,}02\frac{\pi}{4}\cos(\frac{\pi}{4}t-5\pi x+\frac{\pi}{2})\,[v\ en\ m/s,x\ en\ m,t\ en\ s]$$

$$v(x=0{,}8\,m,t)=0{,}005\pi\cos(\frac{\pi}{4}t-5\pi\,0{,}8+\frac{\pi}{2})=0{,}005\pi\cos(\frac{\pi}{4}t+\frac{-8+1}{2}\pi)$$

$$v(x=0{,}8\,m,t)=0{,}005\pi\cos(\frac{\pi}{4}t-\frac{7}{2}\pi)\,[v\ en\ m/s,t\ en\ s]$$

$$v(x=0{,}8\,m,t=20\,s)=0{,}005\pi\cos(\frac{\pi}{4}20-\frac{7}{2}\pi)=0{,}005\pi\cos(\frac{20-14}{4}\pi)$$

$$v(x=0{,}8\,m,t=20\,s)=0{,}005\pi\cos(\frac{6}{2}\pi)=-0{,}005\,m/s$$

2007-Modelo

A. Problema 1.-

a) El sentido es hacia x negativas, ya que el signo que acompaña a kx en la expresión es positivo.

$$v=\frac{\lambda}{T}=\frac{\omega}{k}=\frac{10\pi}{2\pi}=5\,m/s$$

b) $f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{10\pi}{2\pi}=5\,Hz;\ \lambda=\frac{2\pi}{k}=\frac{2\pi}{2\pi}=1\,m$

c) $\Delta\phi=k\,\Delta x=2\pi\cdot 0{,}2=0{,}4\pi=1{,}26\,rad$

d) $v_{máx\,oscilación}=A\,\omega=0{,}01\cdot 10\pi=0{,}1\pi=0{,}314\,m/s$

$a_{máx\,oscilación}=A\,\omega^2=0{,}01\cdot(10\pi)^2=\pi^2=9{,}87\,m/s^2$

2006-Septiembre

B. Problema 1.-

a) $v=\lambda f=0{,}04\cdot 8=0{,}32\,m/s$

$\omega=2\pi f=16\pi\,rad/s\,;\,k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{0{,}04}=50\pi\,rad/m$

b) $y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)=0{,}02\cos(16\pi t-50\pi x+\varphi_0)$

$y(x=0\,m,t=0\,s)=-0{,}02=0{,}02\cos(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0=\pi\,rad$

c) $y(x,t)=0{,}02\cos(16\pi t-50\pi x+\pi)[y,x\,en\,m,t\,en\,s]$

d) $\Delta\varphi=k\Delta x\Rightarrow\Delta x=\frac{\Delta\varphi}{k}=\frac{\frac{\pi}{3}}{50\pi}=\frac{1}{150}=6{,}67\cdot 10^{-3}\,m$

2005-Septiembre

B .Problema 1.-

a) $v=\lambda f=\frac{\omega}{k}=\frac{2\pi}{\pi}=2\,m/s$

b) $v(x,t)=\frac{d}{dt}(y(x,t))=0{,}06\pi\cos(2\pi t-\pi x)[v\,en\,m/s,x\,en\,m,t\,en\,s]$

$v_{máx\,oscilación}=A\omega=0{,}06\pi=0{,}188\,m/s$

c) $y(x=0{,}5\,m,t=0)=0{,}03\,sen(-\pi\cdot 0{,}5)=-0{,}03\,m$

$y(x=1\,m,t=0)=0{,}03\,sen(-\pi)=0\,m$

d) $y(x=1\,m,t=0{,}5\,s)=0{,}03\,sen(2\pi\cdot 0{,}5-\pi)=0\,m$

2005-Junio

B. Problema 1.-

a) $\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{3}rad/s$

La frase “distancia que recorre la partícula entre posiciones extremas” nos indica el doble de la amplitud, luego 2A=0,2 m y A = 0,1 m

$v_{máx\,oscilación}=A\omega=0{,}1\cdot 2\frac{\pi}{3}=0{,}21\,m/s$

$a_{máx\,oscilación}=A\omega^2=0{,}1\cdot(2\frac{\pi}{3})^2=\pi=0{,}44\,m/s^2$

b) El enunciado nos dice que λ=0,6 m

$v=\frac{\lambda}{T}=\frac{0{,}6}{3}=0{,}2\,m/s\,;\,k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{0{,}6}=\frac{10}{3}\pi\,rad/m$

2004-Septiembre

Cuestión 2.-

a) $T=\frac{1}{f}=\frac{1}{10}=0{,}1\,s\,;\,\lambda=\frac{v}{f}=\frac{20}{10}=2\,m$

$\omega=2\pi f=20\pi\,rad/s\,;\,k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{2}=\pi\,rad/m$

b) $y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)=0{,}02\cos(20\pi t-\pi x+\varphi_0)$

$y(x=0\,m,t=0\,s)=0{,}02=0{,}02\cos(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0=0\,rad$

$y(x,t)=0{,}02\cos(20\pi t-\pi x)[y,x\,en\,m,t\,en\,s]$

2004-Junio

A. Problema 1.-

a) $\lambda=0{,}1\,m\,;\,v=\lambda f=0{,}1\cdot 50=5\,m/s$

b) $\omega=2\pi f=20\pi\,rad/s\,;\,k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{0{,}1}=20\pi\,rad/m$

Tomando datos del enunciado, como en t=0 la elongación es nula tomamos función seno en lugar de coseno (la elección es arbitraria, implica desfase distinto). Como se indica que se propaga en el sentido negativo del eje de abscisas, ponemos signo + delante de kx.

$$y(x,t)=A\,sen(\omega t+kx+\varphi_0)=0{,}04\,sen(100\pi t+20\pi x+\varphi_0)$$
$$y(x=0\,m,t=0\,s)=0=0{,}04\,sen(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0=0\,rad\;ó\;\pi\,rad$$
$$y(x,t)=0{,}04\,sen(100\pi t+20\pi x)[y,x\,en\,m,t\,en\,s]\,ó$$
$$y(x,t)=0{,}04\,sen(100\pi t+20\pi x+\pi)[y,x\,en\,m,t\,en\,s]$$

Nota: con los datos del enunciado hay dos opciones para la fase inicial, 0 y π (-π es equivalente a π) cada una estaría asociada a que la velocidad de oscilación fuera positiva o negativa en t=0 para el punto x=0, pero el enunciado no indica el signo de la velocidad.
Si lo hubiéramos planteado con coseno

$$y(x,t)=A\cos(\omega t+kx+\varphi_0)=0{,}04\cos(100\pi t+20\pi x+\varphi_0)$$
$$y(x=0\,m,t=0\,s)=0=0{,}04\cos(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0=\frac{\pi}{2}rad\;ó-\frac{\pi}{2}rad$$
$$y(x,t)=0{,}04\cos(100\pi t+20\pi x+\frac{\pi}{2})[y,x\,en\,m,t\,en\,s]\,ó$$
$$y(x,t)=0{,}04\,sen(100\pi t+20\pi x-\frac{\pi}{2})[y,x\,en\,m,t\,en\,s]$$

c) $v_{máx\,oscilación}=A\omega=0{,}04\cdot100\pi=4\pi\approx12{,}57\,m/s$

d) $a_{máx\,oscilación}=A\omega^2=0{,}04\cdot(100\pi)^2=400\pi^2\approx3948\,m/s^2$

2004-Modelo
Cuestión 2.-

a) $A=4\,m$

b) $T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{50}=0{,}04\pi=0{,}126\,s$

c) $\lambda=\frac{2\pi}{k}=\frac{2\pi}{4}=\frac{\pi}{2}=1{,}57\,m$

d) $v=\frac{\lambda}{T}=\frac{\omega}{k}=\frac{50}{4}=12{,}5\,m/s$ Sentido velocidad hacia x positivas.

2003-Septiembre
Cuestión 2.-

a) $f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{200\pi}{2\pi}=100\,Hz\,;\lambda=\frac{2\pi}{k}=\frac{2\pi}{5}=1{,}26\,m$

b) $A=3\,m\,;v=\frac{\lambda}{T}=\frac{\omega}{k}=\frac{200\pi}{5}=40\pi=125{,}7\,m/s$ Sentido velocidad hacia x positivas.

2003-Junio
Cuestión 2.-

a) $\Delta\varphi=k\Delta x\Rightarrow\frac{\pi}{2}=\frac{2\pi}{\lambda}0{,}1\Rightarrow\lambda=0{,}4\,m$

b) $v=\frac{\lambda}{T}=\frac{0{,}4}{2\cdot10^{-3}}=200\,m/s$

2003-Modelo
B. Problema 1.-

a) $\omega=2\pi f=160\pi\,rad/s\,;v=\frac{\omega}{k}\Rightarrow k=\frac{\omega}{v}=\frac{160\pi}{12}=\frac{40}{3}\pi\,rad/m$

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)=0{,}25\cos(160\pi t-\frac{40}{3}\pi x+\varphi_0)$$
$$y(x=0\,m,t=0\,s)=0=0{,}25\cos(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0=\pm\frac{\pi}{2}rad$$
$$v(x,t)=-A\omega\,sen(\omega t-kx+\varphi_0)=-0{,}25\cdot160\pi\,sen(160\pi t-\frac{40}{3}\pi x+\varphi_0)$$
$$v(x=0\,m,t=0\,s)>0\,;-40\pi\,sen(\varphi_0)>0\Rightarrow\varphi_0=\frac{-\pi}{2}rad$$
$$y(x,t)=0{,}25\cos(160\pi t-\frac{40}{3}\pi x-\frac{\pi}{2})[y,x\,en\,m,t\,en\,s]$$

b)
$$v(x=0{,}75\,m,t)=-40\pi\,sen(160\pi t-\frac{40}{3}\pi 0{,}75-\frac{\pi}{2})=-40\pi\,sen(160\pi t-10\pi-\frac{\pi}{2})$$
$$v(x=0{,}75\,m,t)=-40\pi\,sen(160\pi t-\frac{21}{2}\pi)[v\,en\,m/s\,,t\,en\,s]$$

c)
$$v_{máx\,oscilación}=A\,\omega=0{,}25\cdot 160\pi=40\pi=125{,}67\,m/s$$
$$a_{máx\,oscilación}=A\,\omega^2=0{,}25\cdot(160\pi)^2=6400\pi^2=63165\,m/s^2$$

d) $\Delta\varphi=k\,\Delta x=\frac{40}{3}\pi\cdot 0{,}375=15{,}71\,rad$

2002-Septiembre

Cuestión 1.-

a) Si la frecuencia se reduce a la mitad, el periodo de duplica.

Matemáticamente $T_2=\frac{1}{f_2}=\frac{1}{\frac{f_1}{2}}=\frac{2}{f_1}=2T_1$

b) La velocidad de la propagación de una onda sólo depende de las propiedades del medio por el que se propaga la onda , no de la frecuencia, por lo que no variará. (Se podría mencionar cualitativamente que la velocidad de propagación en una cuerda depende de la tensión y la densidad lineal de masa, pero no de la frecuencia, o mencionar explícitamente la fórmula $v=\sqrt{\frac{T}{\rho_L}}$).

c) Como la velocidad de propagación se mantiene constante y es el cociente entre longitud de onda y periodo, si el periodo se duplica, la longitud de onda también se duplicará.

Matemáticamente $\lambda_2=\frac{v}{f_2}=\frac{v}{\frac{f_1}{2}}=\frac{2v}{f_1}=\frac{2v}{\frac{v}{\lambda_1}}=2\lambda_1$

d) Enunciado no da indicaciones sobre qué ocurre la energía, así que podríamos indicar que de manera general que variar la frecuencia no tiene por qué afectar a la amplitud, aunque sí se varía una sin modificar la otra supondrá cambiar la energía total. Si suponemos constante la cantidad de energía (para cada punto de la cuerda, en una onda lo podríamos hacer por unidad de longitud usando la densidad lineal de masa de la cuerda en este caso) podemos plantear

$$E=\frac{1}{2}K\,A^2(aquí\ K\ es\ la\ constante\ elástica\,,K=m\,\omega^2\,,no\ el\ número\ de\ onda\ k=\frac{2\pi}{\lambda})$$
$$E=\frac{1}{2}m\,\omega^2A^2=\frac{1}{2}m\,4\pi^2f^2A^2\Rightarrow A=\frac{1}{\pi f}\sqrt{\frac{2E}{4m}}=\frac{T}{\pi}\sqrt{\frac{E}{2m}}$$

Viendo las expresiones, si la frecuencia se reduce a la mitad, la amplitud se duplica para que la energía sea la misma, o también, si el periodo se duplica, la amplitud también.

2002-Junio

Cuestión 2.-

a)
$$v=\frac{\omega}{k}\Rightarrow k=\frac{\omega}{v}$$
$$y(x,t)=A\cos(\omega t-\frac{\omega}{v}x+\varphi_0)$$

b) $y(x,t)=A\cos(\frac{2\pi}{T}t-\frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi_0)$

c) $y(x,t)=A\cos(\omega t-k\,x+\varphi_0)$

d) Se trata de una función doblemente periódica porque es una función trigonométrica, que es periódica con periodo 2π en la que la fase depende tanto de t como de x, por lo que:
- Si fijamos un valor de x, es periódica respecto a t, con periodo temporal T.
- Si fijamos un valor de t, es periódica respecto a x, con “periodo espacial” λ.

Cualitativamente se puede ver que tanto la representación y-t para un valor fijo de x, como la representación y-x para un valor fijo de t, son funciones trigonométricas periódicas.

2001-Septiembre

A. Problema 1.-
a) De la expresión matemática podemos extraer ω=6π rad/s y k=2π rad/m

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}\Rightarrow\lambda=\frac{2\pi}{2\pi}=1\,m$$

Para la velocidad de propagación podemos usar la expresión $v=\frac{\omega}{k}=\frac{6\pi}{2\pi}=3\,m/s$

La velocidad es un vector: su dirección de propagación es el eje x, y su sentido, dirigida hacia x crecientes, según la expresión matemática de le onda.
b) Para x=1,5 m:
La elongación es y(t,x=1,5 m) = 0,5 sen (6πt - 2π·1,5) = 0,5 sen (6πt - 3π) (y en m; t en s)
La velocidad de oscilación v(t,x=1,5 m) = 0,5·6π·cos (6πt - 3π) = 3π·cos(6πt - 3π) (v en m/s; t en s)
c) $v_{máx}=A\omega=0,5\cdot6\pi=3\pi$ m/s
$a_{máx}=A\omega^2=0,5\cdot(6\pi)^2=18\pi^2$ m/s^2
d) Cualitativamente se puede razonar que si el desfase es de 2π rad, la distancia es la longitud de onda, que es 1 m. Matemáticamente, llamando puntos x_1 y x_2 en el mismo t y comparando las fases
$6\pi t - 2\pi\cdot x_1= 6\pi t - 2\pi\cdot x_2+2\pi \rightarrow -2\pi\cdot x_1= -2\pi\cdot x_2+2\pi \rightarrow -x_1=-x_2+1$; $x_2-x_1=1$ m

2001-Modelo

Cuestión 2.-
a) De la expresión matemática podemos extraer A=0,2 m, ω=100π rad/s y k=200π rad/m

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{2\pi}{100\pi}=0,02\,s \qquad k=\frac{2\pi}{\lambda}\Rightarrow\lambda=\frac{2\pi}{200\pi}=0,01\,m$$

Para la velocidad de propagación podemos usar tanto la expresión $v=\frac{\omega}{k}=\frac{100\pi}{200\pi}=0,5\,m/s$ como la expresión $v=\frac{\lambda}{T}=\frac{0,01}{0,02}=0,5\,m/s$

b) El seno está retrasado en fase respecto a coseno $sen(\alpha)=\cos(\alpha-\frac{\pi}{2})$

y(x,t) = 0,2 cos(100πt – 200πx -π/2) (x, y en m, t en s)

2000-Septiembre

Cuestión 2.-
a) Si las ondas recorren 6 m en 0,5 s, la velocidad de propagación v=6/0,5=12 m/s

$$v=\frac{\lambda}{T}=\lambda f\Rightarrow\lambda=\frac{v}{f}=\frac{12}{60}=0,2\,m$$

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{0,2}=10\pi\,rad/m$$

b) La expresión matemática de la onda, asumiendo propagación en sentido de x positivas y asumiendo fase inicial nula, y expresando x en m y t en s, tendrá como fase 120πt -10πx. Si comparamos en el mismo instante en dos puntos x_1 y x_2, siendo $x_2=x_1+0,1$ (10 cm=0,1 m).
$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=(120\pi t -10\pi(x_1+0,1))-(120\pi t -10\pi x_1)=-\pi$ rad.
Los puntos estarán en oposición de fase, como se puede comprobar en que la distancia entre ellos es la mitad de la longitud de onda.

2000-Junio

Cuestión 2.-
a) De la expresión matemática podemos extraer A=2 m, ω=7 rad/s y k=4 rad/m

La velocidad de propagación es $v=\frac{\omega}{k}=\frac{7}{4}=1,75\,m/s$

La velocidad máxima de oscilación de un punto de la cuerda es $v_{máx}=A\omega=2\cdot7=14$ m/s
b) Por la propia definición de velocidad de propagación, velocidad de fase $v=\frac{\lambda}{T}$, luego en recorrer una distancia igual a la longitud de onda tarda un tiempo igual al periodo

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{7}=0,8976\,s$$

2000-Modelo

Cuestión 3.-

a) $\omega=2\pi f=1000\pi$ rad/s

$$v=\frac{\omega}{k}\Rightarrow k=\frac{\omega}{v}=\frac{1000\pi}{350}=8{,}976\, rad/m$$

La expresión matemática de la onda, asumiendo propagación en sentido de x positivas y asumiendo fase inicial nula, y expresando x en m y t en s, tendrá como fase $1000\pi t -8{,}976x$. Si comparamos en el mismo instante dos puntos x_1 y x_2, siendo $x_2=x_1+d$. Sustituimos 60º por $\pi/3$ rad.

$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=\pi/3=(1000\pi t -8{,}976(x_1+d))-(1000\pi t -8{,}976x_1) \rightarrow \pi/3=-8{,}976\cdot d \rightarrow d = -0{,}117$ m

Podemos comprobar que $\lambda=\frac{2\pi}{k}=\frac{2\pi}{8{,}976}=0{,}7\, m$, y que la distancia es $d=\frac{\lambda}{6}$, y que una longitud de onda supone un desfase de 360º (2π rad) y 60º es la sexta parte.

b) Si comparamos en el mismo punto dos instantes t_1 y t_2, siendo $t_2=t_1+10^{-3}$.

$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=(1000\pi(t_1+10^{-3}) -8{,}976x)-(1000\pi t_1 -8{,}976x)=\pi$ rad.

Los puntos estarán en oposición de fase. Podemos comprobar que $T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{1000\pi}=0{,}002\, s$, y que el intervalo de tiempo es la mitad del periodo.