

Dinámica

Se asumen conocidos conceptos y no se tratan de nuevo:

- **Fuerza** como magnitud vectorial (se sigue asumiendo modelo de partícula, cuerpo sin dimensiones y sin punto de aplicación)
- **Equilibrio** como situación en la que la fuerza total es nula
- **Las 3 leyes de Newton**
 - 1ª Ley ó “Ley de inercia”
 - 2ª Ley ó “Ley fundamental de la dinámica” (se amplía)
 - 3ª Ley ó “Principio de acción y reacción”
- **Unidades** en Sistema Internacional: $N = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

En Bachillerato se introducen las fuerzas como interacción, y se tratan de contacto y a distancia (gravitación y eléctrica)



2ª Ley de Newton (I)

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

- La igualdad es de vectores: fuerza y aceleración tienen misma dirección y sentido al ser las masas positivas.
 - A veces es habitual usar $F=m \cdot a$, usando F y a como escalares, con signo asociado al sentido.
- La fuerza es la resultante: la fuerza suma de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.
- **Enunciado más correcto con momento lineal:** $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$



2ª Ley de Newton (II)

La 1ª ley **NO** es un caso particular de la 2ª para $a=0$.

- En la 1ª ley se define qué es un sistema de referencia inercial y la idea de relatividad del movimiento.
- Sistema referencia inercial: cualitativamente reposo ó MRU

La 2ª ley necesita un parche en ciertos sistemas de referencia, que se llaman no inerciales. En esos casos es necesaria una fuerza ficticia (no tiene pareja en la 3ª ley) que se llama **fuerza de inercia**, y su valor es tal que hace que se cumpla la 2ª ley. Ejemplos son la fuerza centrífuga en un coche, o la fuerza de coriolis.

En Bachillerato se deben conocer los sistemas no inerciales, que se citan en cinemática. La fuerza de inercia depende de la aceleración del sistema inercial, y es opuesta **$F_i = -m \cdot a_i$**



Dinámica aplicada

Tipos movimiento según fuerza

Los distintos tipos de movimiento tratados en cinemática se pueden asociar a las fuerzas que los producen, según 2ª Ley Newton $F=ma$:

- Rectilíneo: $a_n=0$, $F_n=0$:
 - MRU: $F=0$ (también asociado a equilibrio, reposo)
 - MRUA: $F \neq 0$ en dirección del movimiento. Acelerar o frenar.
 - MAS: ley de Hooke. $F=-kx=ma$
- Circular: $R=cte$
 - MCU $|F_n|=cte=m \cdot v^2/R$, $F_t=0$
 - MCUA $|F_n| \neq cte$, $F_t \neq 0$

La dinámica del MCU se puede utilizar para describir órbitas circulares de planetas y satélites, combinando con gravitación.



Tipos de fuerzas (I)

La fuerza supone interacción entre partículas, y esa interacción no siempre supone contacto, puede ser a distancia.

En la naturaleza hay 4 tipos de interacciones fundamentales conocidas:

- **Gravitatoria:** responsable del peso de los cuerpos.
- **Electromagnetismo:** unifica electricidad y magnetismo
- **Interacción fuerte:** mantiene unidos los quarks dentro de neutrones y protones.
- **Interacción débil:** asociada a desintegración radiactiva.

Aquí trataremos solamente algunas de manera práctica y simple.

El peso está asociado a gravitatoria, y otras están asociadas a electromagnética, pero que manejaremos de modo práctico con otros nombres, como fuerzas elásticas, de rozamiento o fuerzas asociadas a la presión. De entre los muchos tipos de fuerzas que se pueden manejar (empuje, centrales, conservativas, ficticias o de inercia...), tan solo trataremos algunos tipos de fuerzas que apliquen a este nivel.



Tipos de fuerzas (II)

Fuerzas por contacto:

- Elásticas: muelles y ley de Hooke
- Normal (**N**): asociada a contacto entre superficies, perpendicular superficie.
- Rozamiento (**$F_R = \mu N$**): asociada a deslizamiento entre superficies en contacto.
- Tensión (**T**): cuerdas y cables (que pueden pasar por poleas)
- Presión / fuerzas en fluidos (*no se trata de nuevo en Bachillerato*)

Fuerzas a distancia: (se tratan por separado, salvo introducir peso)

- Gravitatoria: asociada a que haya masa y al peso (**$P = m \cdot g$**)
- Eléctrica: asociada a que haya “carga eléctrica” +,-: signos opuestos se atraen, mismo signo se repelen
- Magnética: asociada a haya “polos” N,S: polos opuestos se atraen, mismos polos se repelen (*no se trata de nuevo en 1º Bachillerato, se amplía en 2º*)



Ley de Hooke (I)

Ley de Hooke: en un objeto elástico, la fuerza aplicada y la variación longitud son proporcionales

$$F = -K \cdot \Delta x$$

- F: fuerza aplicada (unidades SI: N)
- K: constante elástica, propiedad de cada muelle (unidades SI: N/m). K mayor implica es “más duro” (más fuerza para deformarlo)
- Δx : variación de longitud (unidades SI: m)

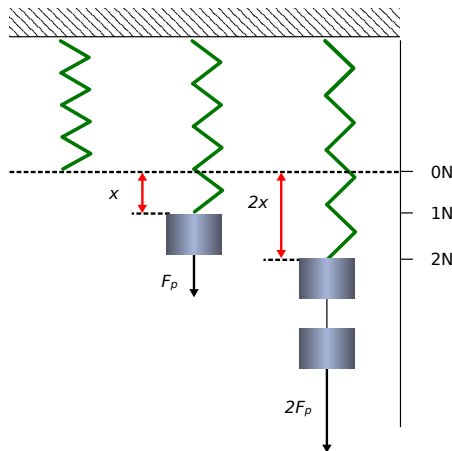
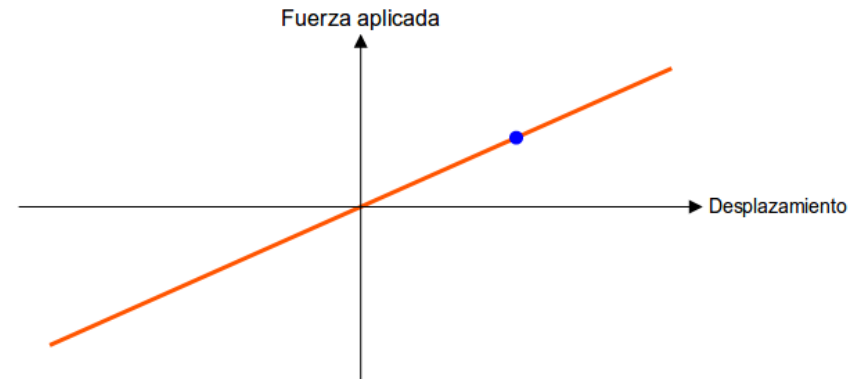
El signo menos está asociada a que la fuerza es “recuperadora”: si Δx es positivo (se alarga), la fuerza es negativa, y a la inversa. En módulos nos podemos olvidar del signo.



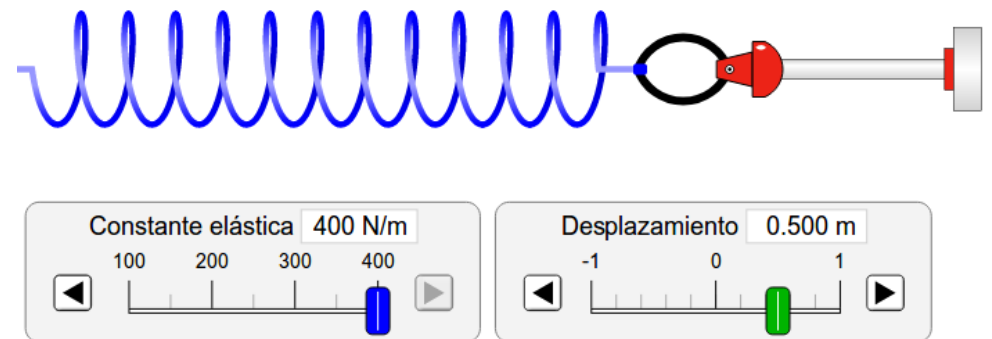
Ley de Hooke (II)

Ley de Hooke supone relación lineal entre F y Δx : línea recta.

- F es lineal con Δx , no con x
- Es lineal mientras es elástico
- A veces F es peso (un tipo F)
- A veces $\Delta x < 0$ (se comprime)



https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Dinam%C3%B3metro_de_resorte.svg



https://phet.colorado.edu/sims/html/hoodes-law/latest/hoodes-law_es.html



Tensión (T)

La tensión es una fuerza asociada a uniones mediante cuerdas/cables ideales de cuerpos.

En este nivel se consideran siempre cuerdas ideales: sin masa, inextensibles. En una cuerda tensa, las tensiones en ambos extremos siempre son iguales en módulo; las direcciones y sentidos pueden variar, siendo habitual utilizar poleas como elementos (de nuevo ideales, sin masa y sin rozamiento), que simplemente cambian de dirección (habitual con poleas) las fuerzas de tensión.

En Bachillerato se introducen situaciones con tensión en cuerpos en movimiento: su valor en módulo no es el mismo en ambos extremos.

Es habitual el concepto erróneo de que la tensión de un cuerpo suspendido es siempre igual a su peso / tensión igual en extremos, pero no es así si no es una situación estática y se está moviendo.



Diagramas de fuerzas y problemas

Pasos a seguir:

1º Diagrama / dibujo

2º Dibujar todas fuerzas (el diagrama/ dibujo previo ayuda)

3º Elegir sistema de referencia (eje x e y, x en sentido movimiento)

4º Descomponer las fuerzas en componentes en ejes si hace falta

5º Aplicar 2ª ley Newton a cada eje

6º Posible problema cinemática con la aceleración de cada eje

7º Interpretar y validar resultados

Ejemplos: bloque horizontal apoyado, bloque vertical, plano inclinado. En Bachillerato se añaden cuerpos ligados por cuerdas y poleas, y se pueden añadir situaciones con muelles. Se elige un sistema de referencia por cada cuerpo.

En cuerpos ligados coinciden aceleraciones y tensiones; para que la aceleración coincida, la elección de sistema de referencia debe ser consistente en “sentido”.



Plano horizontal (I)

The screenshot shows the PhET simulation interface for 'Forces and Motion: Basics'. The main area displays a block on a horizontal surface with a coordinate system from -10 to 10 meters. A person is standing next to the block. A vertical yellow arrow labeled F_N points upwards from the block, and a vertical blue arrow labeled F_g points downwards. A horizontal slider labeled 'Fuerza aplicada' is set to 0 N. The control panel on the right includes:

- Diagrama de cuerpo libre:** Mostrar Ocultar
- Fricción:** Hielo (sin fricción) Madera
- Vectores:** Fuerzas Fuerza Neta (with a green arrow labeled F_{neta})
- Muros:** Ladrillos Muelles
- Posición:** Posición del objeto: -6,0 metros. A slider below it ranges from -10,0 to 10,0 with a value of 200.
- Audio:** On Off
- Buttons:** Reiniciar todo

At the bottom of the simulation area, a dropdown menu shows 'Cajón pequeño' with properties: 100 kg $\mu_c = 0.3$ $\mu_e = 0.5$. The bottom control bar includes a 'Borrar' button, a 'GRAB' button (checked), a 'Playback' button (unchecked), and play/pause controls.

<https://phet.colorado.edu/es/simulation/legacy/forces-and-motion>

Plano inclinado (I)

The simulation interface includes the following elements:

- Navigation:** Introduction, Friction, Force Diagrams, Transport the Robot.
- Diagrama de cuerpo libre:** Mostrar Ocultar
- Fricción:** Hielo (sin fricción) Madera
- Vectores:** Fuerzas Fuerza Neta (F_{neta})
- Muros:** Ladrillos Muelles
- Más controles:**
 - Posición del objeto: 5,0 metros
 - Ángulo de rampa: 30,0 grados
- Objeto:** Cajón pequeño, 100 kg, $\mu_c = 0.3$, $\mu_e = 0.5$
- Control de fuerza:** Fuerza aplicada (slider)
- Botones:** Borrar, GRAB, Playback, Reinciar todo

<https://phet.colorado.edu/es/simulation/legacy/ramp-forces-and-motion>

1º Bachillerato. Dinámica general

Revisado 1 mayo 2020



Plano inclinado (II)

0,00 segundos
0,00 m/s

Normal
Fricción
Peso

h=2,6 m

10,0°

Trabajo Energía

Fuerza Aplicada (N)
0,00

¡Adelante!
Borrar

Fuerza Paralela (Newtons)

1.000
750
500
250
0
-250
-500
-750
-1.000

2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28

Energía Grafico
Trabajo Grafico

Reproducir Ralentizar Pausa Rebobinar Borrar

Reiniciar
Enfriar Rampa

Elije objeto

- Archivador
100 kg, $\mu = 0,3$
- Refrigerador
175 kg, $\mu = 0,5$
- Piano
225 kg, $\mu = 0,4$
- Cajón
300 kg, $\mu = 0,7$
- Perro Dormido
15 kg, $\mu = 0,1$

Sin fricción

Posición
76190476

-6,0 0,0 15,0
10,0 m

Ángulo de Rampa
11111111

0,0 30,0 60,0 90,0
10,0 grados

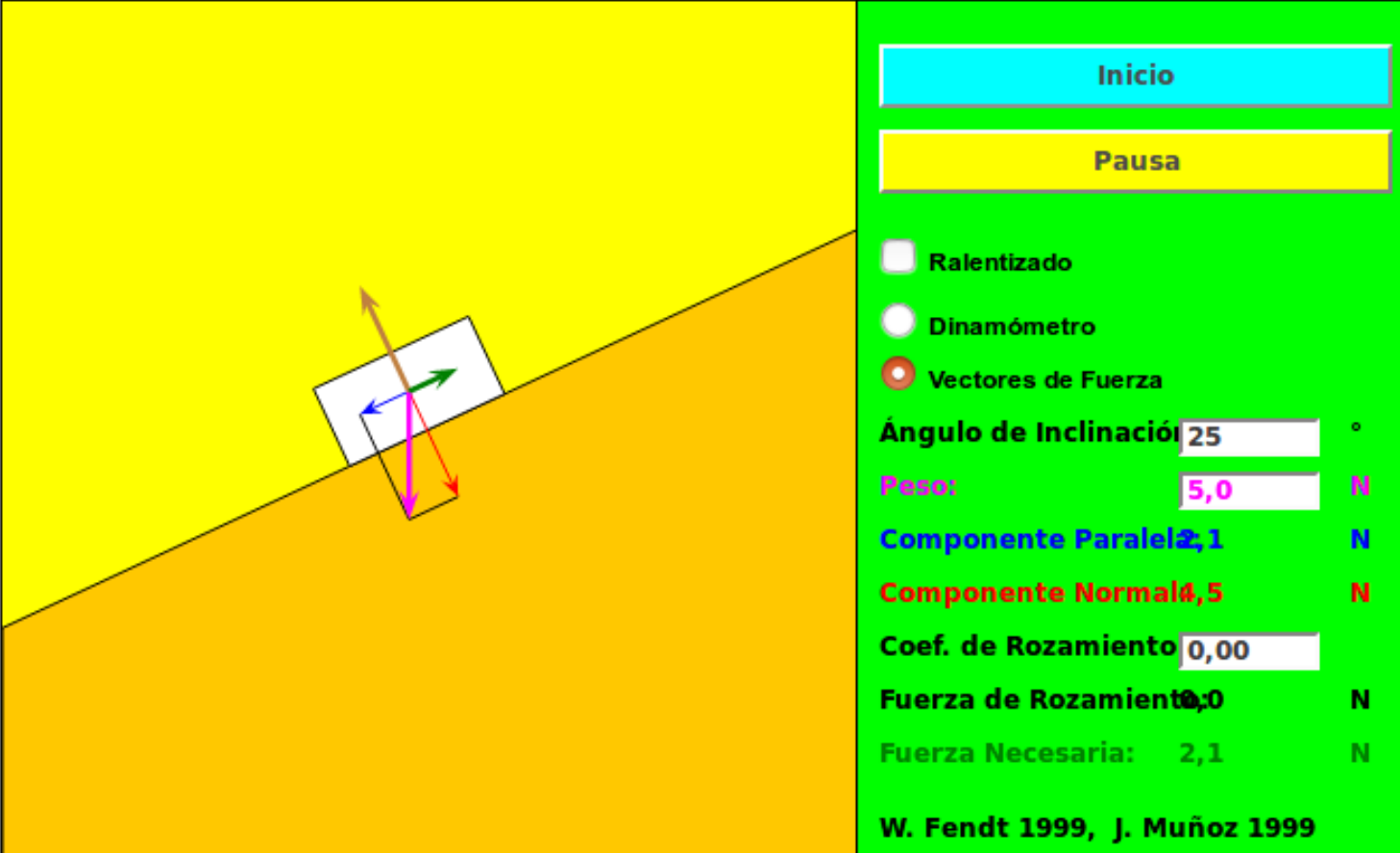
¡Adelante!
Borrar
 Sonido

Fuerzas:
 $F_{aplicadas} = 0,00 \text{ N}$
 $F_{fricción} = 170,18 \text{ N}$
 $F_{gravedad} = -170,18 \text{ N}$
 $F_{muro} = 0,00 \text{ N}$

<https://phet.colorado.edu/es/simulation/legacy/the-ramp>



Plano inclinado (III)



The diagram shows a block on an inclined plane. A control panel on the right contains the following settings:

- Inicio** (Start)
- Pausa** (Pause)
- Ralentizado** (Slowed down)
- Dinamómetro** (Dynamometer)
- Vectores de Fuerza** (Force Vectors)
- Ángulo de Inclinación**: 25 °
- Peso**: 5,0 N
- Componente Paralela**: 2,1 N
- Componente Normal**: 4,5 N
- Coef. de Rozamiento**: 0,00
- Fuerza de Rozamiento**: 0,0 N
- Fuerza Necesaria**: 2,1 N
- W. Fendt 1999, J. Muñoz 1999**

http://www.walter-fendt.de/html5/phes/inclinedplane_es.htm



Plano inclinado. Cuerpos ligados

Cuerdas tensas, sin masa, inextensibles: tensión la misma en ambos extremos

Planos inclinados, fuerzas... Nuevo ejercicio

Clica un ejercicio

Si la aceleración sale negativa, el sentido será ↺

$\sin \alpha = 0.4383$
 $\cos \alpha = 0.8987$

$g = 9,8 \text{ m/s}^2$
 $m_1 = 4 \text{ kg}$
 $m_2 = 3 \text{ kg}$
 $\mu = 0.88$

$$\left. \begin{aligned} -m_1 g \sin \alpha - \mu m_1 g \cos \alpha + T &= m_1 a \\ m_2 g - T &= m_2 a \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{[]} + T &= \text{[]} a \\ \text{[]} - T &= \text{[]} a \end{aligned} \right\}$$

$$\text{[]} = \text{[]} a$$

$a = \text{[]} \text{ m/s}^2$

Utiliza tu calculadora

Resultados: $a = -2.68413548218113 \text{ m/s}^2$
 $T = 37.4524064465434 \text{ N}$

Planos inclinados, fuerzas... Nuevo ejercicio

Clica un ejercicio

Si la aceleración sale negativa, el sentido será ↺

$g = 9,8 \text{ m/s}^2$
 $m_1 = 15 \text{ kg}$
 $m_2 = 7 \text{ kg}$
 $\mu = 0$

$$\left. \begin{aligned} T &= m_1 a \\ m_2 g - T &= m_2 a \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} T &= \text{[]} a \\ \text{[]} - T &= \text{[]} a \end{aligned} \right\}$$

$$\text{[]} = \text{[]} a$$

$a = \text{[]} \text{ m/s}^2$

Utiliza tu calculadora

Resultados: $a = 3.11818181818182 \text{ m/s}^2$
 $T = 46.7727272727273 \text{ N}$

<http://genmagic.net/repositorio/albums/userpics/gforplaic.swf>



Dinámica del MAS

Hay conceptos de MAS comunes a cinemática y dinámica, como la posición de equilibrio. En Bachillerato siempre sin rozamiento.

En dinámica es esencial entender que el MAS está originado por una **fuerza recuperadora**: fuerza que siempre tiende a llevar el cuerpo a la posición de equilibrio (asociado a signo menos) y con más fuerza cuanto más lejos (asociado a k, constante elástica)

Combinando ley de Hooke ($F = -k \cdot x$), cinemática ($a = -\omega^2 \cdot x$) y 2ª Ley de Newton ($F = m \cdot a$) se llega a la expresión

$$k = m \cdot \omega^2$$

Se suele asociar a muelles y ley de Hooke, pero hay más casos, por ejemplo un péndulo.



Ejemplos MAS

Muelles: unido a una masa en su extremo y fijo el otro extremo.

- **Muelle horizontal:** en este caso la elongación es la posición del extremo del muelle, en equilibrio la elongación es cero, longitud es la natural muelle.
- **Muelle vertical:** en este caso la elongación es la posición del extremo del muelle respecto a la posición de equilibrio tras dejar colgada la masa, que no es la longitud natural del muelle.

Péndulo simple: idealización en que una masa puntual cuelga de un hilo inextensible y sin masa. La masa describe un arco de circunferencia con dos fuerzas: peso y tensión.

Con la aproximación $\theta \approx \sin(\theta) \approx \tan(\theta)$ (1% error para ángulos menores 14°) se llega a la expresión de un MAS (en función θ) donde no depende de la masa colgada, y permite estimar g midiendo L y T

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

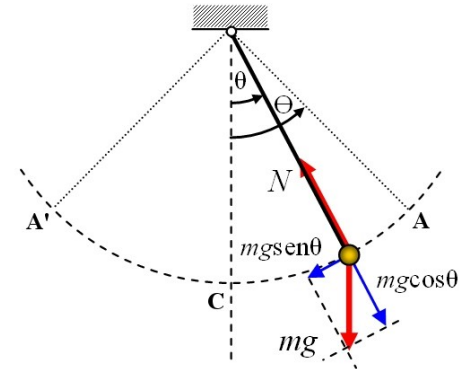
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$



Análisis dinámico MAS péndulo

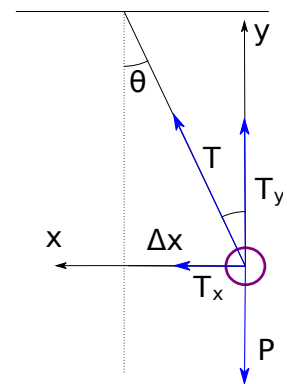
Solo hay dos fuerzas, peso y tensión. Radio de giro es L

Opción 1: Si elegimos un eje radial; $-mg\sin\theta = m \cdot a_T$
 Para ángulos pequeños $\sin\theta \approx \theta$ y la fuerza se puede considerar recuperadora. Si tomamos arco s como x y con relación $s = \theta L$ llegamos a la expresión $a = -(g/L) \cdot x$



Algarabia, wikimedia, public domain

Opción 2: Si elegimos un eje en sentido vertical con el peso, y para ángulos pequeños $\tan(\theta) \approx \theta$, tenemos que el movimiento es aproximadamente horizontal; la fuerza recuperadora es T_x , y podemos plantear $T_x = -ma$.
 Al ser horizontal $T_y \approx mg$ y como $T_x/T_y = \tan(\theta) \approx \theta$ llegamos a la expresión $mg\theta = -ma$, y aproximando Δx al arco s, con la relación $s = \theta L$ llegamos a la expresión $a = -(g/L) \cdot x$



$a = -(g/L) \cdot x$ es expresión de un MAS $a = -\omega^2 \cdot x$ con $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$



Momento lineal e impulso

Momento lineal o cantidad de movimiento de un cuerpo es una magnitud vectorial asociada a un cuerpo que resulta de multiplicar su masa por su velocidad. Cualitativamente mide la capacidad que tiene un cuerpo de transmitir movimiento a otros cuerpos.

(Ojo: usa letra p, pero no es ni Peso ni Presión ...) $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

Permite un enunciado alternativo de 2ª ley Newton $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

Asumiendo masa constante (lo que ocurre en casos no relativistas) equivale al enunciado habitual $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

Impulso mecánico de una fuerza es el producto de la fuerza por el tiempo que actúa sobre el cuerpo. Asumiendo fuerza constante en ese intervalo t *(si no es constante es una integral)* $\vec{I} = \vec{F} \Delta t$

Con masa constante hay una expresión equivalente $\vec{I} = \Delta \vec{p}$



Conservación momento lineal

Teorema de conservación del momento lineal: cuando no actúa ninguna fuerza sobre un sistema de partículas o la fuerza resultante es nula “sistema aislado”, el momento lineal se conserva.

$$\Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{p} = cte$$

Para una partícula no aporta nada, es el principio de inercia. Pero es válido para más partículas: “Sistema aislado” es relativo: si las fuerzas externas son pequeñas puede valer. Tiene muchos casos de aplicación práctica: explosión, choque, disparo, propulsión: donde se desprecia la gravedad en ese instante.



Problemas conservación p e l

- **Colisiones/choques.** De manera simple en una dimensión, con dos dimensiones requiere trigonometría. Se pueden realizar problemas con el concepto de choque elástico/inelástico, conociendo conceptos: en elástico se conserva la energía cinética (concepto energía cinética conocido).
- **Impulso:** se suelen dar todos los datos menos uno de los presentes en la fórmula (I, p, m, v, F, t) y se pide el que falta. Es típico calcular la velocidad de un cuerpo después de golpearle con cierta fuerza durante cierto tiempo
- **Otras situaciones de conservación de momento:** retroceso en disparos (1 dimensión), explosiones (suelen ser en 2 dimensiones, con trigonometría)



Dinámica del MCU

Para que la trayectoria sea lineal debe existir una fuerza, que es centrípeta, y en MCU de módulo constante.

Usando 2ª Ley de Newton, Fuerza centrípeta asociada a aceleración centrípeta

$$F_c = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

La **fuerza centrípeta** suele llevar a confusión:

- No es un tipo más de fuerza (como peso, normal, rozamiento, tensión, elástica), sino que el nombre hace referencia a **la función que está realizando la fuerza**, que es curvar la trayectoria del cuerpo, para lo cual está dirigida hacia el centro de curvatura de la trayectoria.
- Tiene asociada la fuerza centrífuga que es la que la intuición intenta utilizar, pero la fuerza centrífuga es una fuerza ficticia asociada a sistemas de referencia no inerciales (donde no se cumple la 1ª ley de Newton).



Problemas dinámica MCU

Pueden ser problemas asociados a otros tipos de fuerzas:

- Tensiones: péndulo cónico
- Rozamiento: cuerpo apoyado en un disco girando
- Peso/gravedad: órbitas circulares
- Fuerzas elásticas: muelle en el radio de un movimiento circular
- Normal: peraltes, componente normal centrípeta
- Combinaciones de varias fuerzas: cuerpo atado a cuerda girando en plano vertical (tensión y peso)

