enrique@fiquipedia.es Revisado 10 marzo 2019

Estos pretenden ser unos apuntes de resumen solamente de teoría, ver ejercicios en www.fiquipedia.es.
Se trata la parte de interacción gravitatoria que está el bloque "Dinámica" de 1º Bachillerato LOMCE que se implanta en el curso 2015-2016, cubriendo contenidos, y a veces citando criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables. Antes LOMCE lo relativo a "leyes de Kepler, Fuerzas centrales, Momento de una fuerza y momento angular, Conservación del momento angular" se trataba en 2º Bachillerato, por lo que hay ejercicios PAU asociados. No se trata en este resumen la parte energética, que en 1º de Bachillerato no va más allá de sistemas conservativos y la expresión E_p=mgh, que se amplía en Física de 2º de Bachillerato

1. Contextualizar las leyes de Kepler en el estudio del movimiento planetario

Desde la antigüedad el hombre intenta entender el movimiento de los astros, inicialmente con explicaciones ajenas a la validación mediante observación, teológicas. Del movimiento observado de las estrellas surge la idea de esfera celeste y modelo geocéntrico, modelo que los griegos explican con esferas por ser figuras geométricas perfectas. Ptlomeo realiza modificaciones sobre el modelo geocéntrico de Aristóteles (excentricidad, epiciclos, ecuante) para explicar hechos observados (variación brillo, movimiento retrógrado), pero mantiene el uso de circunferencias. Pasa a ser geoestático.
El deseo de avanzar en la comprensión fue importante porque motivó observaciones y llevó la primera teoría física, mediante la primera gran **revolución científica**, la revolución copernicana. Es una revolución porque caen pilares previos que son sustituidos por otros: los pilares previos eran la autoridad de una afirmación (Aristotélicos, dogmas, religión), y con el Renacimiento son sustituidos por el experimento y la observación. Las afirmaciones científicas son repetibles y falsables, se produce una separación de ciencia y religión.
Copérnico: modelo heliocéntrico (helioestático), en el que la Tierra se movía. Tardó en ser aceptado: rompía dogmas (aunque seguía usando esferas) y sólo aportaba exactitud y simplicidad, hacía lo mismo que Ptolomeo. Importante porque con su modelo se adaptó el calendario; al jueves -juliano- 4 de octubre de 1582 le sucede el viernes -gregoriano- 15 de octubre de 1582 (realmente depende del país!)
Galilei: intenta demostrar la realidad física del modelo de Copérnico, que no se aceptaba, solamente se usaba por su precisión Aporta pruebas heliocéntricas/antigeocéntricas como las fases de Venus, lunas de Júpiter, manchas solares y montañas en la Luna. Fue procesado por la iglesia en 1633: el geocentrismo contradecía la biblia que implicaba Tierra inmóvil y Sol moviéndose en torno a ella: *Josué 10:12 "Entonces Josué habló a Jehová ...y dijo ...: Sol, detente en Gabaón..." Josué 10:13 "Y el Sol se detuvo... Y el Sol se paró en medio del cielo, y no se apresuró a ponerse casi un día entero" Salmos 93:1 "Afirmó también el mundo, y no se moverá." Eclesiastés 1:5 "Sale el Sol, y se pone el Sol, y se apresura a volver al lugar de donde se levanta."*
Galilei realiza otras importantes aportaciones a la ciencia: el foco en la observación y el experimento controlado que es la base del método científico, aportando leyes de movimiento.
Globalmente la revolución copernicana supone un paradigma del método científico, siendo una **revolución científica** donde surge en sí la propia ciencia. El método científico se puede ver en 4 pasos simplificados:
1. Observación y planteamiento de hipótesis: Copérnico plantea el heliocentrismo con órbitas circulares.
2. Realización de observación y medidas. Galilei aporta observaciones, Tico Brahe aporta medidas.
3. Análisis e interpretación de datos, revisión de hipótesis. Kepler partiendo de los datos de Tico Brahe formula sus tres leyes, que describen la cinemática del movimiento de los planetas. Kepler se declara copernicano, pero ya no usa órbitas circulares, revisa hipótesis.
4. Conclusiones. Formulación de leyes científicas. Newton partiendo de las leyes de Kepler formula la ley de gravitación universal, que describe la dinámica del movimiento de los planetas (publica al tiempo las tres leyes de dinámica). Es universal porque aplica no sólo a los planetas, sino a cualquier cuerpo con masa.

2. Leyes de Kepler

Desarrolladas para planetas orbitando alrededor del Sol, pero igualmente válidas para objetos orbitando por gravedad respecto a un objeto central (satélites naturales y artificiales)
1ª. Ley de las órbitas. Planetas describen órbitas elípticas y el Sol está en uno de los focos.
2ª. Ley de las áreas. El área barrida por unidad de tiempo por el radio vector que une Sol-Planeta / la velocidad areolar es constante.
3ª. Ley de los períodos. Los cuadrados de los períodos son directamente proporcionales a los cubos de los semiejes mayores de las órbitas. *(El período es el tiempo asociado a completar una órbita completa)*
Nota: Las demostraciones de las leyes de Kepler se hacen más adelante, tras ver la Ley de Gravitación Universal y los conceptos de momento de una fuerza respecto de un punto y momento angular.
Nota: a menudo se suelen considerar órbitas circulares, por lo que los semiejes mayores (a) coinciden con el radio, pero hay que recordar el caso general de la elipse, y los conceptos geométricos de elipse (la suma de distancias entre un punto cualquiera y ambos focos es constante, Área $A=\pi ab$, para $a=b=r$ $A=\pi r^2$).

3. Ley de Gravitación Universal

$\vec{F}=-G\frac{M\,m}{r^2}\vec{u}_r;G=6{,}67\cdot 10^{-11}\frac{N\,m^2}{kg^2}$ Siempre atractiva, en la línea que une las dos masas.
Para más de dos masas se usa principio de superposición.
Peso (N), P=mg, con $g=GM/R^2$ y h<<R y se aproxima $h/R\approx 0$

>A veces se indica m_1 y m_2; aquí M y m para separar simbólicamente M "la que crea" y m "la afectada"

1.2.1 Ley de Gravitación Universal y Tercera ley de Kepler

Se pueden relacionar matemáticamente para órbitas circulares (igualando F_g y F_c), R_O=radio órbita.

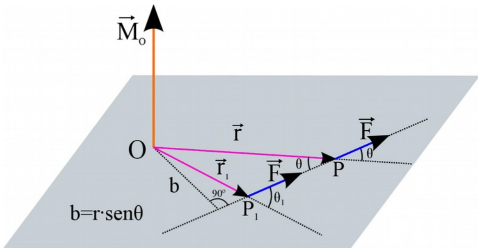
$$F_c=F_g \Rightarrow \cancel{m}\frac{v^2}{R_O}=\frac{G\,M\,\cancel{m}}{R_O^2};\; v=\frac{2\pi R_O}{T} \qquad \frac{T^2}{R_O^3}=\frac{4\pi^2}{GM}\Rightarrow T^2\propto R_O^3$$

4. Fuerzas centrales

Son fuerzas que tienen dirección radial partiendo de un centro fijo, y cuyo valor sólo depende de la distancia radial a ese centro. Si se toma como origen de coordenadas el centro fijo, el vector fuerza y el vector posición son siempre paralelos. Son importantes por su relación con las fuerzas conservativas y con el momento angular. Las fuerzas elásticas de un muelle y gravitatorias son un caso de fuerzas centrales.

5. Momento de una fuerza y momento angular

5.1 Momento de una fuerza respecto a un punto



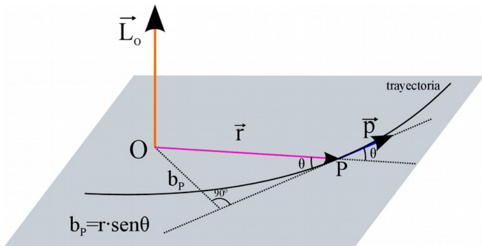
$\vec{M}_o=\vec{r}\times\vec{F}$ Magnitud vectorial.

Producto vectorial, simbolizado por $\times$(no usar $\wedge$, "exterior")
(El producto vectorial se detalla junto a campo magnético)

$|\vec{M}_O|=|\vec{F}||\vec{r}|sen\,\theta=Frsen\,\theta=Fb$ Su módulo es el módulo de la fuerza por la distancia mínima eje acción fuerza al punto referencia del momento (b=r·senθ).

Si los vectores posición y fuerza son paralelos el momento es nulo (senθ=0): ocurre en fuerzas centrales.

5.2 Momento angular



(Se trata aquí para una partícula)

$\vec{L}_o=\vec{r}\times\vec{p}$ Magnitud vectorial. Unidades kg·m²/s ó J·s

$\vec{p}=m\vec{v}$ Momento lineal $|\vec{L}_o|=|\vec{r}||\vec{p}|\Rightarrow L=rmv\,sen\,\theta$

Si los vectores posición y momento lineal (velocidad) son perpendiculares el módulo del momento angular es L=rmv, (senθ=1): ocurre en órbita circular y ciertos puntos de otras órbitas.

5.3 Propiedades de los momentos

Son respecto a un punto y su valor depende del punto elegido
Tienen el mismo valor aunque F ó p "deslicen" en la misma recta.
Son vectores, perpendiculares al plano que forman $\vec{r}$ y $\vec{F}$ ó $\vec{p}$ y según regla del tornillo.

6. Conservación del momento angular

$\frac{d\vec{L}}{dt}=\vec{M}$ ***Ecuación fundamental de la dinámica de rotación***.
Implica la ***conservación del momento angular*** ya que $Si\ \vec{M}=0\Rightarrow\vec{L}=cte$
Nota: analogías con la 2ª ley de Newton expresada con momento lineal, y con conservación momento lineal, cambia P → L y F → M (Equivalencia de magnitudes dinámicas de traslación y rotación)

6.1 Demostración de primera ley Kepler con el momento angular

$\vec{L}=cte$ fuerzas centrales, prolongación pasa por centro (Sol); O en centro: $\vec{M}_O=0$, $\vec{r}\,y\,\vec{F}$ paralelos.

Constante en dirección, como $\vec{L}=m\,\vec{R}\times\vec{V}\Rightarrow\vec{R}\,y\,\vec{V}\ en\,mismo\ plano$. Demuestra órbitas planas.

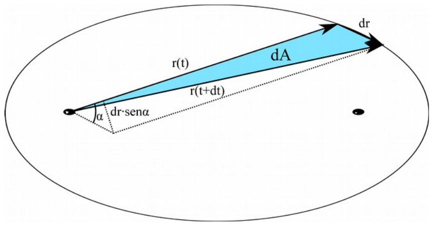
Constante en sentido, mismo sentido avance tornillo.

Nota: no se demuestra que la órbita es una elipse (en general es una cónica), queda fuera bachillerato.

6.2 Demostración de segunda ley Kepler con el momento angular

Planteamos la órbita elíptica y un área diferencial barrida $dA=\frac{1}{2}|\vec{r}\times d\vec{r}|$ (Medio paralelogramo formado por vectores r y dr)

Operando para velocidad areolar $\frac{dA}{dt}=\frac{1}{2}\left|\vec{r}\times\frac{d\vec{r}}{dt}\right|=\frac{1}{2}|\vec{r}\times\vec{v}|$



Como $|\vec{L}|=cte=m|\vec{r}\times\vec{v}|$ $\frac{dA}{dt}=\frac{1}{2}\frac{|\vec{L}|}{m}=\frac{|\vec{L}|}{2m}=cte$

En los puntos de máximo alejamiento y acercamiento de una órbita elíptica (apoapsis/periapsis: Sol afelio / perihelio, Tierra apogeo/perigeo), al ser los vectores posición y velocidad perpendiculares la conservación de L se puede plantear $\mathbf{mr_Av_A=mr_Pv_P}$, que nos indica que cuanto más próximo está al foco mayor es la velocidad, y sugiere idea de velocidad areolar constante.
Velocidad areolar de modo práctico en problemas: área total órbita/periodo órbita ($\pi r^2/T$ ó $\pi ab/T$), T → 3ª ley

3. Anexos/temas para profundizar

Ver bloque interacción gravitatoria Física de 2º Bachillerato