FÍSICA

3º. Un recipiente muy grande lleno de nitrógeno, que se considera gas perfecto y que siempre está a la presión de 5 atm. pasa a través de una tobera a otro recinto donde la presión es de 4 atm. La temperatura del primer recinto es de 27 ºC. Calcular la velocidad a la entrada del segundo recipiente, suponiendo:
a) Régimen isotérmico
b) Régimen adiabático, calculando además la temperatura del segundo recinto.
Coeficiente adiabático = 1,4
El gas se supone perfecto y se desprecian los cambios de nivel.
La velocidad del gas en el primer recinto se supone nula.
Peso molecular = 28.

Resuelto por sleepylavoisier en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4233#p19996
Aporta como referencias
TERMODINAMICA BASICA Leccion 6 Sistemas abiertos, Pedro Vilarroig
https://www.youtube.com/watch?v=mDvQ3w320h0
Termotecnia básica para ingenieros químicos: procesos termodinámicos y máquinas
Portada, Antonio de Lucas Martínez, Univ de Castilla La Mancha, 2007
https://books.google.es/books?id=Gmcu8FhSuMsC

http://www.ugr.es/~esteban/earth/apuntesbasesfisicas/tr4.pdf

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)

Una tobera en general se considera un proceso adiabático, ya que el proceso es rápido y no hay tiempo para intercambio de calor.

Planteamiento general, para no poner las fórmulas directatamente: si aplicamos la conservación de energía en un sistema con flujo de masa $dU_{masacirculante}+dU_{sistema}=đW+đQ$
El sistema lo consideramos con volumen fijo (aunque varía presión), la masa circulante no, entra y sale de ese volumen fijo con un volumen, presión y velocidades distintas
Desglosamos los tipos de trabajo: energía potencial, cinética, presión y trabajo externo
Los asociados a masa circulante (son negativos porque si la masa negativa lo pierde el sistema lo gana)

$dU=-mg\,dz-\frac{1}{2}m\,d(c^2)-p\,dV-Vdp+đw_e+đq$ Usamos c para velocidad, z para altura

Dividiendo por m, como ρ=m/V, y llamando v=volumen específico, v=V/m=1/ρ (usamos minúsculas para magnitudes intensivas / específicas)

$$du=-g\,dz-\frac{1}{2}d(c^2)-p\,dv-v\,dp+đw_e+đq$$

No podemos usar la expresión habitual de Bernouilli $p+\rho g z+\frac{1}{2}\rho c^2=cte$ *que es solamente un caso concreto de la anterior simplificado para el caso que el fluido sea incompresible (v=cte, ρ=cte), $du_m=0$, $dw_e=0$ y dq=0. Se llega a ella integrando y usando v=1/ρ*

$gz+\frac{1}{2}c^2+vp=cte\Rightarrow\rho gz+\frac{1}{2}\rho c^2+p=cte$ *Expresión Bernouilli válida solamente si ρ=cte*

En el caso de la tobera asumimos dw_e=0 y dq=0 (y dz=0 en este caso)

$$du=\frac{-1}{2}d(c^2)-pdv-v\,dp+đq$$

Al mismo tiempo para el sistema por definición $du=đq+đw=đq-pdv\Rightarrow đq=du+pdv$

Si combinamos con la anterior

$$\frac{1}{2}d(c^2)-vdp=0$$

$$\frac{1}{2}\Delta c^2=\int v\,dp$$

Expresión general para la tobera

a) Si el proceso es isotermo, tomamos $T_2=T_1=273+27=300$ K

Usamos R=8,314 J/K·mol (no es dato de enunciado) para obtener dato de velocidad en SI; las unidades de presión no las pasamos a pascales ya que se realiza una división y el cociente es adimensional

Relacionamos con la masa molar dato $v=\frac{V}{m}=\frac{V}{nM}=\frac{RT}{PM}$ y tomamos $c_1=0$

$$\frac{1}{2}(c_2^2-c_1^2)=\frac{RT}{M}\int_1^2\frac{dp}{P}$$

$$c_2=\sqrt{2\cdot 8{,}314\cdot\frac{300}{0{,}028}\ln\left(\frac{5}{4}\right)}=199{,}4\,m/s$$

Con 1 cifra significativa, la velocidad es 200 m/s

b) Si el proceso es adiabático

$$PV^\gamma=cte\Rightarrow P\left(\frac{nRT}{P}\right)^\gamma=cte\Rightarrow P^{1-\gamma}T^\gamma=cte$$

$$5^{(1-1{,}4)}\cdot(273+27)^{1{,}4}=4^{(1-1{,}4)}\cdot T_2^{1{,}4}\Rightarrow T_2=\left(\frac{5^{-0{,}4}\cdot 300^{1{,}4}}{4^{-0{,}4}}\right)^{\frac{1}{1{,}4}}=281\,K$$

Operamos con una variante de la expresión general de la tobera para llegar a una expresión en función de P (ver fórmula 2.26 en página 40 de https://books.google.es/books?id=Gmcu8FhSuMsC página 40) $\frac{1}{2}d(c^2)=\frac{dp}{\rho}$

Aplicamos relaciones de adiabáticas $PV^\gamma=P_0V_0^\gamma\Rightarrow P=P_0\frac{v_0^\gamma}{v^\gamma}=P_0\frac{\rho^\gamma}{\rho_0^\gamma}\Rightarrow dp=\frac{P_0}{\rho_0^\gamma}\gamma\rho^{\gamma-1}d\rho$

$$\frac{1}{2}d(c^2)=\frac{P_0}{\rho_0^\gamma}\gamma\rho^{\gamma-2}d\rho$$

$$\frac{1}{2}(c_2^2-c_1^2)=\frac{P_0}{\rho_0^\gamma}\frac{\gamma}{(\gamma-1)}\left(\rho^{\gamma-1}-\rho_0^{\gamma-1}\right)$$

$$\frac{1}{2}c_2^2=\frac{P_0}{\rho_0}\frac{\gamma}{(\gamma-1)}\left(\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\gamma-1}-1\right)$$

Aplicando $\frac{P}{P_0}=\left(\frac{V_0}{V}\right)^\gamma=\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^\gamma\Rightarrow\frac{\rho}{\rho_0}=\left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$ y $\rho_0=\frac{1}{v_0}=\frac{P_0M}{RT}$

$$\frac{1}{2}c_2^2=\frac{P_0}{\rho_0}\frac{\gamma}{(\gamma-1)}\left(\left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right)=\frac{RT}{M}\frac{\gamma}{(\gamma-1)}\left(\left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right)$$

$$c_2=\sqrt{2\frac{RT}{M}\frac{\gamma}{(\gamma-1)}\left(\left(\frac{P}{P_0}\right)^{\gamma-1}-1\right)}=\sqrt{2\cdot 8{,}314\cdot\frac{281}{0{,}028}\frac{1{,}4}{0{,}4}\cdot\left(\left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{0{,}4}{1{,}4}}-1\right)}=196\,m/s$$

Con 1 cifra significativa, la velocidad es 200 m/s