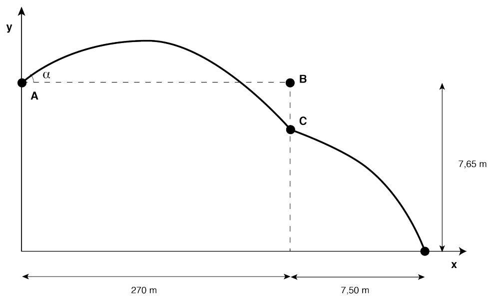
Exámen Oposiciones Murcia 2018. Parte Práctica[1]

Desde un punto B situado a 7,65 m sobre el suelo se deja caer una bola de madera de 460 g. Al mismo tiempo, un proyectil de cobre de 20 g es lanzado desde otro punto A situado al mismo nivel que B y a una distancia horizontal de 270 m. El proyectil alcanza la bola quedando incrustada en el centro desde su caída y alcanzando ambos el suelo a 7,50 m del pie de la vertical que pasa por B.
a) Haz un esquema completo que represente la situación.
b) Calcula el ángulo inicial con el que se dispara el proyectil.
c) Calcula la velocidad inicial del proyectil.

....

El esquema del problema es el siguiente (nótese que debido a la diferencia de magnitud entre las distancias, éste no se encuentra a escala):



Podemos suponer que el proyectil va a partir con un movimiento parabólico desde el punto A, cuyas ecuaciones serían:

$$\text{Eje x} \rightarrow x_p = v_0 cos\alpha \cdot t;\ v_{xp} = v_0 cos\alpha$$

$$\text{Eje y} \rightarrow y_p = y_0 + v_0 sen\alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2;\ v_{yp} = v_0 sen\alpha - g t$$

En el caso del bloque de madera, su movimiento es simplemente una caída libre:

$$y_m = y_0 - \frac{1}{2} g t^2;\ v_{ym} = -g t \tag{1}$$

Para que ambos cuerpos coincidan en el punto C, se deben igualar las componentes y de ambos movimientos:

$$y_p = y_m$$

$$\cancel{y_0} + v_0 sen\alpha \cdot t - \cancel{\frac{1}{2} g t^2} = \cancel{y_0} - \cancel{\frac{1}{2} g t^2}$$

$$v_0 sen\alpha \cdot t = 0 \rightarrow \alpha = 0$$

Por tanto, realmente el movimiento del proyectil es un tiro horizontal, que tiene las siguientes ecuaciones:

$$\text{Eje x} \rightarrow x_p = v_0 \cdot t;\ v_{xp} = v_0 \tag{2}$$

$$\text{Eje y} \rightarrow y_p = y_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g t^2;\ v_{yp} = -g t \tag{3}$$

En el punto C se produce un choque totalmente inelástico, en el que se produce una conservación del momento lineal en ambos ejes:

$$\text{Eje x} \rightarrow m_p \cdot v_0 = (m_p + m_m) \cdot v'_x \tag{4}$$

$$\text{Eje y} \rightarrow m_p \cdot v_{yp} + m_m \cdot v_{ym} = (m_p + m_m) \cdot v'_y \tag{5}$$

Sustituyendo los datos en la ecuación (4) tenemos que:

$$v'_x = \frac{v_0}{24} \tag{6}$$

[1] Javier Perán Jódar, Javier Sánchez Pina y José A. Illán Ortuño. Cualquier error/duda/sugerencia será bien recibida. opofisica@gmail.com

Como el choque se produce en el punto C:

$$X = v_0 \cdot t \rightarrow t = \frac{270}{v_0}$$

y sustituyendo en la ecuación (1), calculamos su altura sobre el eje x y la tomamos como altura inicial del movimiento después del choque:

$$y = 7,65 - \frac{357210}{v_0^2} = y_0'$$

Combinando las ecuaciones (1) y (5) teniendo en cuenta la expresión del tiempo que acabamos de deducir, tenemos que:

$$0,02 \cdot 9,81 \cdot \frac{270}{v_0} + 0,46 \cdot 9,81 \cdot \frac{270}{v_0} = 0,48 v_y' \rightarrow v_y' = \frac{2648,7}{v_0} \tag{7}$$

Calcularemos el tiempo de caida (t_c) de ambos cuerpos después del choque, utilizando la ecuación (7):

$$y' = y_0' - v_y' \cdot t_c - \frac{1}{2} g t_c^2 = 0 \rightarrow y = 7,65 - \frac{357210}{v_0^2} - \frac{2648,7}{v_0} \cdot t_c - 4,9 t_c^2 = 0 \tag{8}$$

Podemos calcular t_c a partir de la distancia recorrida en el eje x después del choque:

$$x' = v_x' \cdot t_c \rightarrow 7,5 = \frac{v_0}{24} \cdot t_c \rightarrow t_c = \frac{180}{v_0}$$

Sustituyendo en (8), tenemos que:

$$y' = 7,65 - \frac{357210}{v_0^2} - \frac{2648,7}{v_0} \cdot \frac{180}{v_0} - 4,9 \cdot \left(\frac{180}{v_0}\right)^2 = 0$$

$$7,65 - \frac{992736}{v_0^2} = 0$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{992736}{7,65}}$$

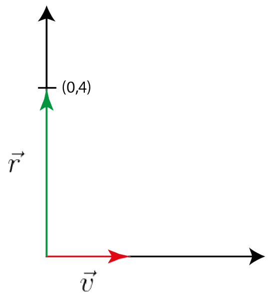
$$v_0 = 360,23\ m/s$$

Un protón se mueve con una velocidad $v = 2 \cdot 10^6\ m/s$, por el eje X en sentido positivo. Calcula:
a) El campo magnético en el punto (0,4) cm cuando el protón pasa por el punto (0,0).
b) El campo magnético en el punto (4,3) cm cuando el protón pasa por el punto (0,0).
c) Si el protón comienza a describir una órbita circular con centro en (0,2) y radio 2 cm, calcula el campo magnético en (0,2)
d) ¿Cómo cambiaría el campo magnético si en lugar de ser un protón , es un electrón o un neutrón? Expresa dirección y sentido del campo en cada apartado

. . . .

La ley de Biot-Savart modificada para el cálculo del campo creado por una partícula sería, en forma vectorial:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot Q}{4\pi} \cdot \frac{\vec{v} x \vec{u}_r}{|\vec{r}|^2} \qquad (1)$$



Como se puede observar por el diagrama, $\vec{v}$ y $\vec{u}_r$ son perpendiculares, por lo que la expresión de (1) de forma escalar sería:

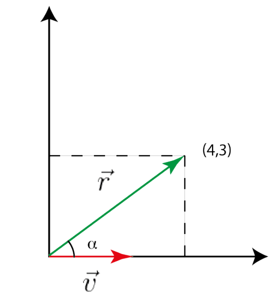
$$B = \frac{\mu_0 \cdot Q}{4\pi} \cdot \frac{v \cdot \cancel{u_r}^{1}}{r^2} \cdot \cancel{sen\alpha}^{1} \to B = \frac{\mu_0 \cdot Q}{4\pi} \cdot \frac{v}{r^2} \qquad (2)$$

Sustituyendo en la expresión anterior tenemos que:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{4\pi} \cdot \frac{2 \cdot 10^6}{(0,04)^2}$$

$$B = 2 \cdot 10^{-17}\ T$$

El vector B será perpendicular al plano del folio en el punto (0,4) y como sentido hacia afuera del mismo (según lo dictado por la regla del sacacorchos)



En esta nueva situación, $\vec{v}$ y $\vec{u}_r$ no son perpendiculares entre si, sino que forman un ángulo α por lo que la ecuación (2) quedaría:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot Q}{4\pi} \cdot \frac{v}{r^2} \cdot sen\alpha$$

Se puede calcular el ángulo α de la forma:

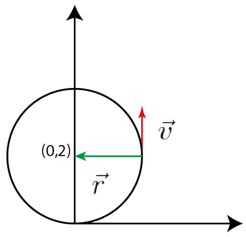
$$tan\alpha = \frac{3}{4} \to \alpha = 36,87^\circ$$

Y sustituyendo en la ecuación anterior tenemos que:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{4\pi} \cdot \frac{2 \cdot 10^6}{(\sqrt{(0,04)^2 + (0,03)^2})^2} \cdot sen\, 36,87$$

$$B = 7,68 \cdot 10^{-18}\ T$$

Cuya dirección será perpendicular al plano del folio en el punto (4,3) y sentido hacia afuera del mismo.



En esta nueva situación, $\vec{v}$ y $\vec{u}_r$ son nuevamente perpendiculares por lo que aplicaremos la ecuación (2):

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{4\pi} \cdot \frac{2 \cdot 10^6}{(0,02)^2}$$

$$B = 8 \cdot 10^{-17}\ T$$

Cuya dirección será perpendicular al plano del folio en el punto (0,2) y sentido hacia afuera del mismo.

Si en lugar de un protón tuviésemos un electrón, el campo creado en los tres casos sería de igual módulo y dirección pero distinto sentido. En el caso que la partícula fuese un neutrón, al tener carga nula, el campo creado en cualquiera de las tres situaciones sería nulo.

Se prepara un disolución acuosa de ácido acético, añadiendo al agua, gota a gota, dicho ácido, hasta obtener 400 mL de disolución de pH 3. Se añade luego una disolución de KOH 1 M, en cantidad equivalente exactamente a la de ácido. ¿Cuál será el pH de la disolución resultante?

Datos: Ka = $1,8\cdot10^{-5}$.

…………………………………………………………………………………………………..

Comenzamos hallando la concentración de la disolución inicial de acético, antes de añadirle el KOH. El equilibrio es el de disociación ácida de un ácido débil:

$$CH_3COOH\ (ac) + H_2O \rightleftharpoons CH_3COO^-\ (ac) + H_3O^+\ (ac)$$

Como conocemos el pH, usamos Ka:

$$Ka = \frac{[CH_3COO^-]\cdot[H_3O^+]}{[CH_3COOH]} \qquad 1{,}8\cdot10^{-5} = \frac{(10^{-3})^2}{C_0 - 10^{-3}} \rightarrow C_0 = 0{,}0565M$$

Los moles que hay de acético son $0{,}0565\cdot 0{,}4 = 0{,}02262$ mol

Hallamos el volumen de KOH necesario para alcanzar el punto de equivalencia:

Moles de acético = moles de KOH → $0{,}02262 = 1\cdot V_{KOH} \rightarrow V_{KOH} = 0{,}02262$ L

Con lo que le volumen total de disolución será de 0,42262 L.

El punto de equivalencia es aquel en el que todo el acético se ha transformado en acetato, con lo que tenemos es una disolución de acetato, una base débil:

$$CH_3COO^-\ (ac) + H_2O \leftrightarrow CH_3COOH\ (ac) + OH^-\ (ac)$$

La concentración inicial de acetato será:

$$[CH_3COO^-]_0 = \frac{0{,}02262}{0{,}42262} = 0{,}05353\ M$$

	CH_3COO^- (ac)	+ H_2O ↔	CH_3COOH (ac)	+ OH^- (ac)
C.I.	0,05353	---	0	0
C.Eq.	0,05353 – x	---	x	x

$$Kb = \frac{10^{-14}}{1{,}8\cdot10^{-5}} = \frac{x^2}{0{,}05353 - x} \rightarrow x = [OH^-] = 5{,}5\cdot10^{-6}\ M$$

Con lo que pH = **8,74**.

Una muestra de 5,0 g de un mineral con una riqueza en sulfuro de hierro (II) del 75 % se trata con 6,0 ml de una disolución de ácido nítrico concentrado (60 % de pureza y 1,37 g/ml de densidad). Como resultado, se obtienen los siguientes productos: óxido de nitrógeno (II), sulfato de hierro (II) y agua, siendo el rendimiento de la reacción del 93 %.

a) Ajustar la reacción que se produce mediante el método del ion-electrón.

b) Razonar qué reactivo es el limitante.

c) Calcular el volumen de monóxido de nitrógeno que se recogerá sobre agua a 25 ºC y 1 atm de presión.

d) Disolviendo la cantidad del sulfato ferroso obtenido según lo expuesto anteriormente, ¿se conseguiría disminuir la temperatura de congelación de 150 ml del agua al menos 1 ºC?

Suponer que el sulfato ferroso se disocia completamente al disolverse en agua.

Datos: S=32,0; Fe=55,8; O=16,0; H=1,0; N=14,0.

Pv(H_2O a 25 ºC) = 23,76 mmHg; Kc=1,858 ºC·Kg/mol.

……………………………………………………………………………………………………..

a) Oxidación: 3 x ($S^{2-} + 4\ H_2O \rightarrow SO_4^{2-} + 8\ H^+ + 8\ e^-$)

Reducción: 8 x ($NO_3^- + 4\ H^+ + 3\ e^- \rightarrow NO + 2\ H_2O$)

Global: $3\ FeS + 8\ HNO_3 \rightarrow 3\ FeSO_4 + 8\ NO + 4\ H_2O$

b) Hallamos los moles de cada reactivo:

FeS: $\dfrac{5 \cdot 0{,}75}{87{,}8} = 0{,}043$ mol FeS

HNO_3: $\dfrac{6 \cdot 1{,}37 \cdot 0{,}60}{63} = 0{,}0783$ mol HNO_3

Hallamos los moles de nítrico necesarios para reaccionar con todo el FeS:

$\dfrac{0{,}043 \cdot 8}{3} = 0{,}1147 > 0{,}0783$, con lo que el limitante es el **ácido nítrico**.

c) Refiriendo los cálculos al limitante, nítrico, hallamos los moles de NO producidos, que son los mismos que de nítrico reaccionan, es decir, 0,0783 mol. Esto es si el rendimiento fuese del 100 %. Como es del 93 %, realmente se producirán $0{,}0783 \cdot 0{,}93 = 0{,}0728$ mol

Como este gas se recoge sobre agua, debemos restar la presión de vapor del agua a esa temperatura, con lo que P = 760 – 23,76 mm Hg = 736,24 mm Hg.

$$V_{NO} = \frac{0{,}0728 \cdot 0{,}082 \cdot 298}{736{,}24/760} = 1{,}83 \text{ L.}$$

d) El descenso del punto de congelación es $|\Delta Tc| = Kc \cdot m \cdot i$

i es el factor de Van´t Hoff, que en este caso vale $i = 2$, pues el $FeSO_4$ está totalmente disociado.

Los moles producidos de $FeSO_4$ son $\dfrac{0{,}0782286 \cdot 3}{8} \cdot 0{,}93 = 0{,}0273$

$$|\Delta Tc| = 1{,}858 \cdot \frac{0{,}0273}{0{,}15} \cdot 2 = \mathbf{0{,}676\ ºC}.$$