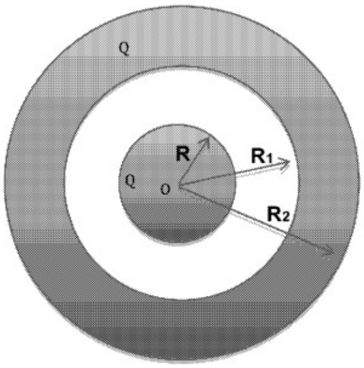
enrique@fiquipedia.es

Deberá realizar tres ejercicios de entre los seis propuestos. Cada ejercicio se califica sobre 10 según la ponderación indicada en cada apartado. La calificación total de la prueba será la que resulte de dividir la puntuación total obtenida entre tres.

1. Se dispone de una esfera maciza conductora, de radio R, que almacena una carga Q, rodeada concéntricamente por una corteza esférica, también conductora, de radios interior R_1 y exterior R_2, que a su vez almacena una carga total Q. Tomando como referencia que el potencial en el infinito es nulo, determine el valor numérico de la carga Q para que el potencial en el centro del sistema sea de 7 V, sabiendo que $R_2 = 3R$, $R_1 = 2R$ y R = 1 m.
(Tómese $\varepsilon_0=8{,}854\cdot10^{-12}\ C^2\cdot N^{-1}\cdot m^{-2}$)



Referencia
http://laplace.us.es/wiki/index.php/Potencial_en_el_centro_de_una_esfera
Similitud con EvAU Madrid 2019-Julio-Coincidentes-B3

Aplicando superposición, el potencial en el centro del sistema será la suma de potenciales creados por la esfera de radio R y la corteza. $V = V_R+V_{corteza}$

Esfera radio R:

Si la esfera de radio R es maciza conductora, la carga está en su superficie.
El potencial en el centro de la esfera es el asociado a la integral de los potenciales que generan los diferenciales de carga de todos los puntos de la esfera, estando todos ellos a la misma distancia R del centro de la esfera.
Planteamos la integración

$$dQ=\sigma\cdot dS\Rightarrow Q=\sigma S\Rightarrow para\,la\,esfera\,Q=\sigma 4\pi R^2$$

$$dV=K\frac{dQ}{R}=K\frac{\sigma\cdot dS}{R}$$

$$V_R=\int_{esfera}dV=K\frac{\sigma}{R}\int_{esfera}dS=K\frac{\sigma}{R}4\pi R^2=K\frac{Q}{R}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}$$

La expresión del potencial en el centro de una esfera cargada uniformemente es la misma que la del potencial de una carga total Q a una distancia R; cualitativamente tenemos una carga total Q distribuida por toda la superficie de la esfera y toda ella está a una distancia R del centro.

Corteza:

Si la esfera de radio R es maciza conductora, la carga está en su superficie.
Como la corteza es conductora, el campo eléctrico en el interior de la corteza es cero, y por ello la carga encerrada por una superficie gausiana esférica que pase por el interior de la corteza debe ser nula. Para que se cumpla esa condición, siendo la carga de la esfera interior Q, la carga que se encuentra en la superficie interior de la corteza a distancia R_1 del centro debe ser igual a -Q, de manera que la carga en la superficie exterior de la corteza a distancia R_2 del centro será 2Q, con lo que la "carga total" de la corteza será Q (enunciado indica "carga total Q" para la corteza y para la interior indica "carga Q")
Calculamos el potencial creado por la corteza como la superposición del potencial creado por una esfera con carga -Q a distancia R_1 y otra esfera con carga +2Q a distancia R_2 (si la corteza tuviera densidad de carga la podríamos ver como una sucesión de esferas de grosor dr, y en cada una de ellas calcular el potencial de la misma manera que para la esfera de radio R)

$$V_{corteza}=V_{R_1}+V_{R_2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-Q}{R_1}+\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Q}{R_2}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2}{R_2}-\frac{1}{R_1}\right)$$

Numéricamente, expresando resultado con 4 cifras significativas

$$V = V_R + V_{corteza}$$

$$7 = \frac{1}{4\pi 8{,}854\cdot 10^{-12}}\frac{Q}{1} + \frac{Q}{4\pi 8{,}854\cdot 10^{-12}}\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right)$$

$$7\cdot 4\pi 8{,}854\cdot 10^{-12} = Q\frac{(6+4-3)}{6}$$

$$Q = \frac{7\cdot 4\pi 8{,}854\cdot 10^{-12}}{\frac{7}{6}} \approx 6{,}676\cdot 10^{-10} C$$