Deberá responder a las cuestiones de un máximo de tres ejercicios de entre los seis propuestos. Cada ejercicio se califica sobre 10 según la ponderación indicada en cada apartado. La calificación total de la prueba será la que resulte de dividir la puntuación total obtenida entre tres.

2. Un mol de un gas perfecto, cuyo calor molar a volumen constante es $C_v=\frac{5R}{2}$ , describe un ciclo de Carnot cuyo rendimiento es 0,5. Sabiendo que la expansión adiabática realiza un trabajo de 8,314 kJ y que en la expansión isotérmica su presión pasa de 10,00 a 5,00 atm, calcule:

a. Las temperaturas de los focos. (2,5 puntos)

b. El valor de las variables termodinámicas (P,V y T) para cada estado. (2,5 puntos)

c. Los calores y trabajos intercambiados en cada proceso, así como la variación de energía interna y la variación de entropía en cada uno de ellos. (5,0 puntos)

Datos: $R=0{,}082\frac{atm\cdot L}{mol\cdot K}=8{,}314\frac{J}{mol\cdot K}$

*Operamos con más precisión pero expresamos resultados finales con 4 cifras significativas; W tiene 4 y otros datos tienen menos: asumimos 1,000 mol, 5,000 atm, y rendimiento 0,5000. 5/2 es un valor exacto.*
*R=8,314 J/mol·K tiene cuatro cifras significativas, pero R=0,082 atm·L/mol·K tiene dos.*
*Podríamos intentar usar la relación entre atm·L y Pa usando la relación 1 atm = 101325 Pa para expresar con 4 cifras, pero como es dato asumimos y usamos R=0,08200 atm·L/mol·K*

*Asumimos ciclo de Carnot en sentido habitual: primero expansión isotérmica y luego adiabática (si se indicase explícitamente que se recorre en sentido opuesto sería distinto), por lo que es similar a problemas como 1999-Cataluña-1-3*

*Referencias*
*http://www.fiquipedia.es/home/recursos/recursos-para-oposiciones/1999-Catalu%C3%B1a-Problema1-3.pdf?attredirects=0*

***En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)***

a) El rendimiento en un ciclo de Carnot nos da la relación entre las temperaturas de los focos.
Llamamos $T_{caliente}$ al foco caliente y $T_{frío}$ al foco frío, $T_{caliente}>T_{frío}$.

$$\eta=1-\frac{T_{frío}}{T_{caliente}}\Rightarrow 0{,}5=1-\frac{T_{frío}}{T_{caliente}}\Rightarrow T_{frío}=0{,}5\,T_{caliente}$$

En el tramo adiabático asociado a la expansión, Q=0, ΔU=W, se enfría, el trabajo y la variación de energía interna en una expansión es negativo. Enunciado indica trabajo en valor absoluto.

$$W=\Delta U=n c_v \Delta T\Rightarrow -8314=1\cdot 2{,}5\cdot 8{,}314(T_{frío}-T_{caliente})$$
$$T_{caliente}-T_{frío}=400{,}0\,K$$

Combinando ambas expresiones

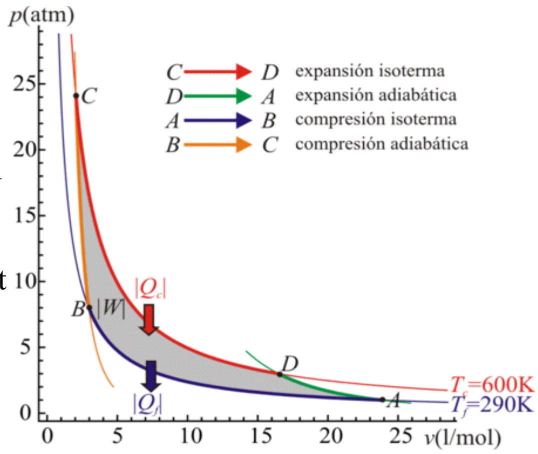
$$T_{caliente}-0{,}5\,T_{caliente}=400{,}0$$
$$T_{caliente}=800{,}0\,K\Rightarrow T_{frío}=400{,}0\,K$$

Resultados finales con cuatro cifras significativas

**$T_{caliente}$ =800,0 K**

**$T_{frío}$=400,0 K**

b) Se incluye un diagrama de referencia (con otros valores de P, V y T). Recorremos el ciclo de Carnot en el sentido de agujas del reloj, usamos mismo nombre para los puntos, y a las etapas/tramos los llamamos 1, 2, 3 y 4
En los puntos B y A la temperatura es la del foco frío, y en los puntos C y D la temperatura es la del foco caliente.
Enunciado indica "en la expansión isotérmica su presión pasa de 10,00 a 5,00 atm", y recorriendo el ciclo de Carnot en el sentido de las agujas del reloj está asociada a tramo CD del diagrama, e implica que conocemos las presiones de C y D, por lo que podemos calcular los volúmenes usando la ley de los gases ideales usando $T_C=T_D=800$ K




Ciclo de Carnot, Universidad de Sevilla

$$V_C=\frac{nRT_C}{P_C}=\frac{1\cdot 0{,}082\cdot 800}{10}=6{,}56\,L$$

En la expansión isoterma la presión se reduce a la mitad, lo que implica que el volumen se duplica, $V_D=13{,}12$ L, o también

$$V_D=\frac{nRT_D}{P_D}=\frac{1\cdot 0{,}082\cdot 800}{5}=13{,}12\,L$$

En los tramos adiabáticos $TV^{\gamma-1}=cte$
Podemos ver que el dato de $c_v$ está asociado al caso de un gas ideal diatómico y que el coeficiente adiabático en ese caso es γ=7/5, pero lo calculamos usando la relación de Mayer,

$$c_p=c_v+R\Rightarrow\gamma=\frac{c_p}{c_v}=\frac{\frac{5}{2}R+R}{\frac{5}{2}R}=\frac{7}{5}=1{,}4$$

Para la expansión adiabática de D a A

$$T_D V_D^{\gamma-1}=T_A V_A^{\gamma-1}\Rightarrow V_A=V_D\left(\frac{T_D}{T_A}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}=13{,}12\cdot\left(\frac{800}{400}\right)^{\frac{1}{1{,}4-1}}=74{,}21793\,L$$

Para la compresión adiabática de B a C

$$T_C V_C^{\gamma-1}=T_B V_B^{\gamma-1}\Rightarrow V_B=V_C\left(\frac{T_C}{T_B}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}=6{,}56\cdot\left(\frac{800}{400}\right)^{\frac{1}{1{,}4-1}}=37{,}10896\,L$$

También podíamos haber aplicado que en un ciclo de Carnot se cumple $V_D/V_A=V_C/V_B$.
Utilizando la ecuación de los gases ideales para los puntos A y B

$$P_A=\frac{nRT_A}{V_A}=\frac{1\cdot 0{,}082\cdot 400}{74{,}21793}=0{,}44194\,atm$$

$$P_B=\frac{nRT_B}{V_B}=\frac{1\cdot 0{,}082\cdot 400}{37{,}10896}=0{,}88388\,atm$$

Resultados finales con 4 cifras significativas

| **Estado** | **Temperatura (K)** | **Presión (atm)** | **Volumen (L)** |
|---|---|---|---|
| **C** | **800,0** | **10,00** | **6,560** |
| **B** | **400,0** | **0,8839** | **37,11** |
| **A** | **400,0** | **0,4419** | **74,22** |
| **D** | **800,0** | **5,000** | **13,12** |

(Algunos valores finales no cumplen exactamente la relación 1 a 2 por el redondeo)
c) Asumimos que el ciclo se recorre en el sentido de las agujas del reloj que es lo habitual.

**Tramo 1 (C → D): expansión isotérmica** *(tramo con presiones dato en enunciado)*

**ΔU=0**

**W**=-nRTln($V_f$/$V_i$)=-1·8,314·800·ln(13,12/6,56)≈**-4610 J** (negativo, W liberado, se expande)

**Q**=-W=**4610 J** (calor aportado, si se expande a misma T, hay que aportar calor)

**ΔS**=Q/T=4610/800**=5,7625 J/K**

**Tramo 2 (D → A): expansión adiabática**

**Q=0 → ΔU=W**

**ΔU**=nc$_V$ΔT=1·(5/2)·8,314·(400-800)≈**-8315 J** *(es dato del enunciado)*

**ΔS=0 al ser Q=0**

**Tramo 3 (A → B): compresión isotérmica**

**W**=-nRTln($V_f$/$V_i$)=-1·8,314·400·ln(37,11/74,22)≈**2305 J** (positivo, W aportado al sistema, se comprime)

**ΔU=0 → Q**=-W=**-2305 J** (calor cedido, si se comprime a misma T, cede calor)

**ΔS**=Q/T=-2305/400=**-5,7625 J/K**

**Tramo 1 (B → C): compresión adiabática**

**Q=0 → ΔU=W**

**ΔU**=nc$_V$ΔT=1·(5/2)·8,314·(800-400)≈**8315 J** *(positivo, W aportado al sistema, se comprime)*

**ΔS=0** al ser Q=0

Resultados finales con 4 cifras significativas

| Tramo | W (J) | Q (J) | ΔU (J) | ΔS (J/K) |
|---|---|---|---|---|
| 1 (C → D) expansión isotérmica | -4610 | 4610 | 0 | 5,763 |
| 2 (D → A) expansión adiabática | -8315 | 0 | -8315 | 0 |
| 3 (A → B) compresión isotérmica | 2305 | -2305 | 0 | -5,763 |
| 4 (B→ C) compresión adiabática | 8315 | 0 | 8315 | 0 |
| Ciclo | -2305 | 2305 | 0 | 0 |