1. L'energia d'ionització de l'hidrogen és de 1312 kJ/mol.
a) Aprofite aquest valor per a calcular l'energia de l'estat fonamental de l'atom d'hidrogen. Quina és la freqüència mínima necessària per arrancar un electró a un àtom d'hidrogen que es troba en el seu estat fonamental?
b) Si irradiem un recipient que conté àtoms d'hidrogen a l'estat fonamental amb una radiació de $2,66 \cdot 10^{15}$ Hz, què els ocorrerà als àtoms del gas? I si la freqüència és de $3,08 \cdot 10^{15}$ Hz?
c) Per a les dues radiacions de l'apartat b), quantes línies es detectaran posteriorment a l'espectre d'emissió? Indique el número i calcule la freqüència de la linia de major longitud d'ona.
DADES: constant de Planck, $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s; càrrega de l'electró, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C
Número d'Avogadro, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ partícules·mol^{-1}

1. La energía de ionización del hidrógeno es de 1312 kJ / mol.
a) Aproveche este valor para calcular la energía del estado fundamental del átomo de hidrógeno. ¿Cuál es la frecuencia mínima necesaria para arrancar un electrón a un átomo de hidrógeno que se encuentra en su estado fundamental?
b) Si irradiamos un recipiente que contiene átomos de hidrógeno en el estado fundamental con una radiación de $2,66 \cdot 10^{15}$ Hz, qué les ocurrirá a los átomos del gas? Y si la frecuencia es de $3,08 \cdot 10^{15}$ Hz?
c) Para las dos radiaciones del apartado b), ¿cuántas líneas se detectarán posteriormente al espectro de emisión? Indique el número y calcule la frecuencia de la línea de mayor longitud de onda.
DATOS: constante de Planck, $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s; carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C
Número de Avogadro, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ partículas·mol^{-1}

Referencias:
Resuelto por sleepylavoisier en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=3585

Expresamos resultados finales con 3 cifras significativas (aunque hay algunos datos con 2 o con 4 cifras, y por validaciones a veces arrastramos más)

a) La primera energía de ionización es la energía asociada a extraer el electrón más externo del átomo, lo que supone aportarle energía. Tomando referencia de energía 0 en el exterior del átomo, la energía que tendrá el electrón en el átomo es negativa, y su valor absoluto será precisamente la energía aportada. Como el hidrógeno tiene únicamente un electrón, la energía en su estado fundamental sería esa energía.
También se puede plantear con el modelo atómico de Bohr o las fórmulas que utilizan la constante de Rydberg, asociando la energía de ionización a la transición de n=1 a n=∞.
Con valores numéricos y poniendo signo negativo asociado a referencia 0 en el exteror del átomo

$$E_0 = -1312 \frac{\cancel{kJ}}{1\cancel{mol}} \cdot \frac{1\cancel{mol}}{6,02 \cdot 10^{23} átomo} \cdot \frac{10^3 J}{1\cancel{kJ}} = -2,17940199335548172757 \cdot 10^{-18} \approx 2,18 \cdot 10^{-18} J$$

La frecuencia mínima necesaria (frecuencia umbral si lo pensamos como efecto fotoeléctrico) será asociada a una radiación que tenga esa energía

$$E_0 = hf$$

$$f = \frac{E_0}{h} = \frac{2,17940199335548172757 \cdot 10^{-18}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 3,28718249374884121805 \cdot 10^{15} \approx 3,29 \cdot 10^{15} Hz$$

b) En ambos casos las frecuencia son menores a la frecuencia umbral y no se ionizará, pero los electrones sí pueden pasar a algún nivel superior de energía.

Utilizando el modelo atómico de Bohr / fórmulas que utilizan la constante de Rydberg para la energía necesaria para una transición $\Delta E=E_0(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{m^2}), m>n$

Como n=1, podemos plantear hasta qué valor de m permite llegar la ΔE=hf asociada a cada frecuencia incidente, teniendo en cuenta que m es un número entero por la cuantización de la energía.

$$m=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{hf}{E_0}}}$$

Para $2,66\cdot10^{15}$ Hz tenemos

$$m=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{6,63\cdot10^{-34}\cdot2,66\cdot10^{15}}{2,17940199335548172757\cdot10^{-18}}}}=2,28936449863528324416\approx2,289$$, luego esa frecuencia solamente permite llegar al valor entero m=2, sin alcanzar m=3.

Para $3,08\cdot10^{15}$ Hz tenemos

$$m=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{6,63\cdot10^{-34}\cdot3,08\cdot10^{15}}{2,17940199335548172757\cdot10^{-18}}}}=3,98322995794949670007\approx3,983$$, luego esa frecuencia solamente permite llegar al valor entero m=3, sin alcanzar m=4.

Comentario: el valor obtenido es próximo a 4, pero no llega a 4 ni es 4 exacto. Se puede ver que afectan redondeos y cifras significatias, y que en el planteamiento del examen quizá querían que diese 4 "exacto", porque si tomamos la energía asociada al salto 4 a 1 (usando el valor de 4 exacto)y tomamos 3 cifras significativas, la energía es la misma que la asociada a la frecuencia indica

$$\Delta E=2,17940199335548172757\cdot10^{-18}(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{4^2})=2,04318936877076411196\cdot10^{-18}\approx2,04\cdot10^{-18}J$$

$$E=h\cdot f=6,63\cdot10^{-34}\cdot3,08\cdot10^{15}=2,04204\cdot10^{-18}J\approx2,04\cdot10^{-18}J$$

Pero queda por responder a la pregunta más importante ¿que les ocurrirá a los átomos del gas?

Para que se produzca la absorción, el valor de la frecuencia tiene que ser **-exactamente-** el asociado al que la energía del fotón coincida con la diferencia de energía asociada al salto de energía entre los dos niveles de energía, diferencia asociada a los números cuánticos. Si l frecuencia no coincide exactamente, no hay salto, salvo en el caso de una ionización, en el que hay salto hasta n=∞ y la energía extra del fotón pasa a cinética del electrón ya desligado del átomo. Esta idea se puede validar físicamente con la existencia de espectros de absorción.

Por lo tanto, si el valor obtenido en el primer caso de m es 2,289, no podemos decir que pasa de nivel 1 a 2 y sobra energía "asociada 0,289", sino que no se produce el salto y no ocurrirá nada en el átomo, ya que el fotón atravesará el átomo.

En el segundo caso, como m=3,983, tampoco podemos decir que pase de nivel 1 a 4, porque no llega, ni que pase de nivel 1 a 3 y sobre energía, por lo que tampoco ocurrirá nada en el átomo.

c) Según lo razonado en la parte final de apartado anterior no ocurriría nada realmente, pero por enunciado parece claro que sí se espera que haya líneas. Para que tenga sentido físico, asumimos que lo que están indicando no es un valor de frecuencia incidente de $2,66\cdot10^{15}$ Hz, sino un espectro contínuo entre 0 y $2,66\cdot10^{15}$ Hz (y lo mismo para la otra frecuencia).

Así para frecuencias variando de manera contínua entre 0 y $2,66\cdot10^{15}$ Hz, habrá una frecuencia en la que los electrones pasarán del nivel 1 al nivel 2, y luego volverán a su estado fundamental, emitiendo luz con una frecuencia

$2 \rightarrow 1 \quad f=\frac{E_0}{h}(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{m^2})=\frac{2{,}18\cdot 10^{-18}}{6{,}63\cdot 10^{-34}}\cdot(1-\frac{1}{4})=2{,}46\cdot 10^{15}\,Hz$

Se trata de la primera línea espectral de la serie de Lyman

Para frecuencias variando de manera contínua entre 0 y $3{,}08\cdot 10^{15}$ Hz, habrá una frecuencia en la que los electrones pasarán del nivel 1 al 3, y luego volverán a su estado fundamental, lo que pueden hacer directamente (de 3 a 1) o pasando antes por el nivel 2 (3 a 2 y 2 a 1), por lo que en total puede haber 3 líneas espectrales.

$3 \rightarrow 1 \quad f=\frac{2{,}18\cdot 10^{-18}}{6{,}63\cdot 10^{-34}}\cdot(1-\frac{1}{9})=2{,}92\cdot 10^{15}\,Hz$ Segunda línea espectral de la serie de Lyman.

$3 \rightarrow 2 \quad f=\frac{2{,}18\cdot 10^{-18}}{6{,}63\cdot 10^{-34}}\cdot(\frac{1}{4}-\frac{1}{9})=4{,}57\cdot 10^{14}\,Hz$ Primera línea espectral de la serie de Balmer

$2 \rightarrow 1$ es el caso visto para la frecuencia anterior

Se pide la línea de emisión de mayor longitud de onda: mayor longitud de onda implica menor frecuencia, y menor salto energético, está asociada al santo $3 \rightarrow 2$ y la frecuencia es $4{,}57\cdot 10^{14}$ Hz.

Aunque no se piden longitudes de ondas, podemos calcularlas e indicar cualitativamente si están el el espectro visible y en ese caso su color aproximado:

$3 \rightarrow 1 \quad \lambda=\frac{c}{f}=\frac{3\cdot 10^8}{2{,}92\cdot 10^{15}}=103\,nm$ Ultravioleta

$3 \rightarrow 2 \quad \lambda=\frac{c}{f}=\frac{3\cdot 10^8}{4{,}57\cdot 10^{14}}=656\,nm$ Visible, rojo

$2 \rightarrow 1 \quad \lambda=\frac{c}{f}=\frac{3\cdot 10^8}{2{,}46\cdot 10^{15}}=122\,nm$ Infrarrojo