



El examen eran dos modelos A y B a elegir uno de los dos, cada uno con 6 preguntas, y el tiempo de realización 3 horas.

FÍSICA Y QUÍMICA. MODELO B

2.- Un globo rígido sin pérdida de calor, de volumen 1000 L, tiene un peso de 250 g en el aire y en su parte inferior abierta se coloca un algodón empapado en alcohol que se enciende. El alcohol arde totalmente y algodón cae al suelo y en ese momento se suelta el globo que asciende con una aceleración de $1,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Calcular la densidad del aire del interior de globo y la masa de alcohol consumida.

Datos: $Q(\text{alcohol})=16,72 \text{ KJ}\cdot\text{g}^{-1}$; $P = 70 \text{ cm de Hg}$; $t = 27 \text{ }^\circ\text{C}$; $M(\text{aire})=28,97 \text{ u}$ (aire en condiciones normales) $=1,293 \text{ Kg}\cdot\text{m}^{-3}$; $C_p(\text{aire})=29,26 \text{ J}\cdot^\circ\text{C}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$. Se suponen despreciables los gases emitidos en la combustión.

(1,5 puntos)

Nota: en enunciado se indica “peso de 250 g” y siendo enunciado de física debería indicar masa. Asumimos que los 250 g es solamente la masa del globo, sin incluir la masa del aire.

Se usa K mayúscula para prefijo kilo, cuando se debe usar k minúscula

<https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2010-927#ciii>

Como se indica que se desprecien los gases de combustión, no hay masa adicional de gases, y se podría pensar que en un recipiente cerrado la masa de aire caliente es igual a la masa de aire frío, pero si fuese así, como el volumen también es constante (el globo es rígido), si no varía la cantidad de masa no podría variar la densidad y el globo no subiría: deben escapar gases para que la densidad disminuya (al estar más caliente es menos denso, y la misma cantidad de gases ocuparía más volumen), y eso cuadra con que el enunciado diga explícitamente “parte inferior abierta”

Como conocemos la aceleración con la que asciende, planteamos fuerzas y calculamos el valor del empuje

Si tomamos eje x vertical y dirigido hacia arriba, las fuerzas que intervienen cuando sube son:

Hacia x negativas:

- $\text{Peso} = m\cdot g = m_{\text{globo}}\cdot g + m_{\text{aire caliente}}\cdot g$, y $m_{\text{aire caliente}} = d_{\text{aire caliente}}\cdot V_{\text{globo}}$

La masa del algodón y de alcohol no intervienen.

- Rozamiento opuesto al movimiento, no lo consideramos

Hacia x positivas:

- Empuje asociado al volumen desalojado de aire frío $E = d_{\text{aire frío}}\cdot V_{\text{globo}}\cdot g$

Aplicando la segunda ley de Newton

$$d_{\text{aire frío}}\cdot V_{\text{globo}}\cdot g - (m_{\text{globo}}\cdot g + d_{\text{aire caliente}}\cdot V_{\text{globo}}\cdot g) = (m_{\text{globo}} + d_{\text{aire caliente}}\cdot V_{\text{globo}})\cdot a$$

$$(d_{\text{aire frío}} - d_{\text{aire caliente}})V_{\text{globo}} - m_{\text{globo}} = (m_{\text{globo}} + d_{\text{aire caliente}}\cdot V_{\text{globo}})\cdot \frac{a}{g}$$

$$d_{\text{aire caliente}}\cdot V_{\text{globo}}\left(\frac{-a}{g} - 1\right) = m_{\text{globo}}\left(\frac{a}{g} + 1\right) - d_{\text{aire frío}}\cdot V_{\text{globo}}$$

$$d_{\text{aire caliente}}\cdot (-1)\cdot\left(\frac{a}{g} + 1\right) = \frac{m_{\text{globo}}}{V_{\text{globo}}}\left(\frac{a}{g} + 1\right) - d_{\text{aire frío}}$$

$$d_{\text{aire caliente}} = \frac{-m_{\text{globo}}}{V_{\text{globo}}} + d_{\text{aire frío}}\frac{g}{a+g}$$

Para calcular sustituimos valores: hay algunos que se dan directamente, pero otros no:

-Enunciado no indica el valor de g: tomamos $9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

-Hay que calcular la densidad del aire frío en condiciones del enunciado ($T=27 \text{ }^\circ\text{C} = 300 \text{ K}$ y $P=70 \text{ cm Hg} = 70/76 \text{ atm}$), ya que no son condiciones normales. Para calcular la densidad a la temperatura y presión dada podemos utilizar la ley de los gases ideales, pero no se proporciona el valor de R en enunciado; lo podemos calcular a partir de los datos (lo indicamos en unidades SI), o



también podríamos plantear una proporción para no tener que calcularlo:

--Si lo hacemos calculando R:

$$PV = nRT = \frac{m}{M} RT \Rightarrow d = \frac{m}{V} = \frac{P \cdot M}{RT} \Rightarrow R = \frac{P \cdot M}{d \cdot T}$$
$$R = \frac{1 \text{ atm} \cdot \frac{101325 \text{ Pa}}{1 \text{ atm}} \cdot 28,97 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}}{1,293 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 273 \text{ K}} = 8,316 \frac{\text{J}}{\text{K mol}}$$

Para las condiciones del enunciado

$$d = \frac{P \cdot M}{RT} = \frac{70/76 \cdot 101325 \cdot 28,97 \cdot 10^{-3}}{8,316 \cdot (273+27)} = 1,084 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

--Si lo hacemos planteando una proporción para volumen constante:

$$PV = nRT = \frac{m}{M} RT \Rightarrow d = \frac{m}{V} = \frac{P \cdot M}{RT} \Rightarrow \frac{d_1 \cdot T_1}{P_1} = \frac{M}{R} = \text{cte}$$
$$\frac{1,293 \cdot 273}{76} = \frac{d_2 \cdot (273+27)}{70} \Rightarrow d_2 = 1,084 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Sustituyendo

$$d_{\text{aire caliente}} = \frac{-0,250}{1} + 1,084 \cdot \frac{9,8}{1,2+9,8} = 0,716 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Para calcular la cantidad de alcohol consumida, debemos calcular la cantidad de energía necesaria para que el aire pase a tener esa nueva densidad / esa nueva temperatura.

El número de moles de gas presentes inicialmente lo podemos calcular simplemente usando la densidad y teniendo en cuenta que $1000 \text{ L} = 1 \text{ m}^3$, $m = d \cdot V = 1,084 \cdot 1 = 1,084 \text{ kg}$. El número de moles es $n = m/M = 1084/28,97 = 36,29 \text{ mol}$ aire.

El número de moles de gas presentes cuando sube lo podemos calcular de la misma manera $m = d \cdot V = 0,716 \cdot 1 = 0,716 \text{ kg}$. El número de moles es $n = m/M = 716/28,97 = 24,72 \text{ mol}$ aire caliente,

Calculamos la temperatura a la que está el gas dentro del globo para ocupar los 1000 L; utilizamos el valor de R calculado antes.

$$PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR} = \frac{(70/76) \cdot 101325 \cdot 1}{24,72 \cdot 8,316} = 454 \text{ K}$$

Respecto al calor, podemos asumir inicialmente dos cosas, ambas son idealizaciones, lo que se indica es una situación intermedia y el valor real será intermedio a ambos (lo calculamos luego):

A. Se calienta todo el aire que había inicialmente, 36,29 mol de aire, aunque como se ha comentado parte de este aire sale fuera del globo, y realmente no se estará calentando todo hasta esa temperatura, sino que va saliendo temperaturas menores, por lo que la cantidad de energía a aportar sería algo menor.

B. Según la frase del enunciado "sin pérdida de calor" asumimos que todo el calor aportado por la combustión del alcohol queda dentro del aire del interior del globo, y que el aire que sale fuera sale a la temperatura inicial, por lo que son 24,72 mol de aire calentado.

$$A: Q = n \cdot C_p \cdot \Delta T = 36,29 \cdot 29,26 \cdot (454 - (273+27)) = 163524 \text{ J}$$

$$B: Q = n \cdot C_p \cdot \Delta T = 24,72 \cdot 29,26 \cdot (454 - (273+27)) = 111389 \text{ J}$$

Utilizando factores de conversión eso supone en masa de alcohol de

$$A: 163524 \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ g}}{16,72 \cdot 10^3 \text{ J}} = 9,78 \text{ g alcohol}$$

$$B: 111389 \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ g}}{16,72 \cdot 10^3 \text{ J}} = 6,66 \text{ g alcohol}$$

La situación real sería contemplar que presión y volumen son constantes y que el calor se va utilizando en calentar una cantidad de gas variable



$$Q = \int_{273+27}^{454} dQ = \int_{300}^{454} n \cdot C_p \cdot dT = \frac{PV}{R} C_p \int_{300}^{454} \frac{dT}{T} = \frac{PV}{R} C_p [\ln(T)]_{300}^{454}$$

$$Q = \frac{(70/76) \cdot 101325 \cdot 1}{8,316} 29,26 \ln\left(\frac{454}{300}\right) = 136048 \text{ J}$$

$$136048 \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ g alcohol}}{16,72 \cdot 10^3 \text{ J}} = 8,14 \text{ g alcohol}$$

Comprobamos que el valor real está entre los dos anteriores