



El examen eran dos modelos A y B a elegir uno de los dos, cada uno con 6 preguntas, y el tiempo de realización 3 horas.

FÍSICA Y QUÍMICA. MODELO A

5.- Un recipiente cilíndrico cerrado, de paredes impermeables al calor, está dividido en dos partes iguales por un émbolo sin rozamiento, también impermeable al calor. En cada compartimento hay un gas ideal, diatómico e inicialmente ambos están a $T=27\text{ }^{\circ}\text{C}$ y $P=71\text{ cm de Hg}$. El volumen total del cilindro es 10 litros.

El compartimento de la izquierda lleva un sistema de calefacción que permite calentar el gas que hay él; se acciona este sistema y se triplica la presión. Calcular:

- La temperatura y volumen final de cada compartimento.
- La cantidad de calor absorbida por el gas de la izquierda.
- El incremento de entropía del conjunto.

Datos: $R=0,082\text{ atm}\cdot\text{L}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$; $\gamma=1,4$

(2 puntos)

Este enunciado es muy similar y a veces casi idéntico a otros problemas:

- **Idéntico a problema oposiciones Castilla-La Mancha 2006 -Problema 3**
- Similar a oposiciones Castilla y León 2006 Física 4
- Problema 17 de termodinámica de la web de Julián Moreno Mestre <http://juliweb.es/> en el fichero <http://juliweb.es/termodinamica/capitulo3.pdf>
- Universidad de Valladolid, Departamento de Física de la Materia Condensada Cristalografía y Mineralogía, problema 2 de la lista de 5 problemas http://www4.uva.es/goya/Intranet/Pages/SelProbClave.asp?p_Clave=383&p_asignatura=3&p_cuestion=0&B1=Consultar que se obtiene consultando problemas relacionados con entropía http://www4.uva.es/goya/Intranet/Pages/SelAccClave.asp?p_asignatura=3 y cuya resolución está disponible en http://www4.uva.es/goya/Intranet/Pages/Problema.asp?p_Problema=601&p_Clave=383&p_cuestion=0&p_asignatura=3&padre=L y en http://www4.uva.es/goya/Intranet/Pages/Resolucion.asp?p_Problema=601
- Problema 17 de Problemas de Física, Primer Curso, Titulación: Grado en Ingeniería Civil, Departamento de Física Aplicada, Universidad Politécnica de Cataluña http://www.fa.upc.edu/websfa/fluids/camins/pdf/prob_fisica.pdf

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es $\Delta U=Q+W$, $Q>0$ y $W>0$ son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es $\Delta U=Q-W$)

Al calentar el lado izquierdo, y ser las paredes impermeables al calor y el volumen total fijo, el lado derecho se comprime: el proceso en la derecha es una compresión adiabática, y se rige por las ecuaciones de las adiabáticas

$$PV^{\gamma} = cte$$

Para usar la expresión se necesita el valor del coeficiente adiabático: si el gas es ideal diatómico, $\gamma=7/5=1,4$ que es el valor que se da en el enunciado (en algunas variantes del enunciado no se da ese dato o se indica otro valor)

Necesitamos el valor de la presión en el lado derecho: si se triplica la presión en el recipiente de la izquierda y es en un recipiente que tiene un volumen global de 10 L y que está dividido por un émbolo sin rozamiento, la presión se triplica en ambos lados.

Usamos subíndice 0 para situación inicial igual en ambos lados, 1 para lado izquierdo y 2 para lado



derecho.

$$P_0 V_0^\gamma = P_2 V_2^\gamma \Rightarrow V_2 = V_0 \left(\frac{P_0}{P_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = 5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{5}{7}} = 2,28 \text{ L}$$

$$V_1 = 10 - 2,28 = 7,72 \text{ L}$$

Para calcular la temperatura usamos la ley de los gases ideales: el número de moles no ha cambiado.

Como son gases ideales, calculamos el número de moles totales inicialmente:

$$n = PV/RT = (71/76) \cdot 10 / (0,082 \cdot (273+27)) = 0,38 \text{ mol gas total.}$$

Como se indica "compartimentos iguales", cada uno tiene inicialmente 5 L volumen y 0,19 mol de gas.

$$T_1 = P_1 V_1 / nR = 3(71/76) \cdot 7,72 / (0,19 \cdot 0,082) = 1388,7 \text{ K}$$

$$T_2 = P_2 V_2 / nR = 3(71/76) \cdot 2,28 / (0,19 \cdot 0,082) = 410,1 \text{ K}$$

b) El proceso de la izquierda no tiene un nombre claro (varía V, varía T, varía P), no es adiabático porque aunque tenga paredes impermeables al calor se aporta calor con el sistema de calefacción, y en conjunto (el V global es constante) el proceso es isócoro y el W=0, ya que el trabajo de uno compensa al otro.

En el proceso global, al ser el trabajo total nulo por ser volumen constante $Q = \Delta U$

$$Q = \Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2$$

Necesitamos saber c_v , pero como ya sabemos $\gamma = 7/5$, podemos deducir c_p y c_v , ya que $\gamma = c_p/c_v$ y

$$c_p = c_v + R$$

$$c_v = c_p - R = \gamma c_v - R \Rightarrow c_v = \frac{R}{\gamma - 1}$$

(De manera aproximada: $R \approx 2 \text{ cal/mol K}$, luego $C_p \approx 7 \text{ cal/mol K}$ y $C_v \approx 5 \text{ cal/mol K}$)

De manera exacta usando dato del enunciado

$$R = 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot \frac{101325 \text{ Pa}}{1 \text{ atm}} \cdot \frac{1 \text{ m}^3}{1 \text{ L}} = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \Rightarrow R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot \frac{1 \text{ cal}}{4,18 \text{ J}} = 1,987 \frac{\text{cal}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$c_v = 0,205 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 20,77 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 4,97 \frac{\text{cal}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \quad (\text{se ve error respecto de haber asumido valor 5})$$

$$\Delta U_1 = (\text{asumiendo gas ideal}) = n c_v \Delta T_1 = 0,19 \cdot 20,77 \cdot (1388,7 - 300) = 4296 \text{ J}$$

$$\Delta U_2 = (\text{asumiendo gas ideal}) = n c_v \Delta T_2 = 0,19 \cdot 20,77 \cdot (410,1 - 300) = 435 \text{ J}$$

$$Q = \Delta U_{\text{total}} = 4296 + 435 = 4730 \text{ J}$$

$$c) \Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2$$

En el lado derecho la variación de entropía es cero, ya que es adiabático.

En el lado izquierdo podemos plantear la fórmula directamente

$$d \Delta S = \frac{d Q_{\text{rev}}}{T} = \frac{dU + p dV}{T} = (\text{gas ideal}) = \frac{n c_v dT + p dV}{T}$$

Y también lo podemos plantear cualitativamente como la suma de dos etapas (la entropía es una función de estado: ideando los procesos (vistos como camino para llegar de un estado a otro), mientras punto inicial y final sean iguales, el planteamiento es válido):

1º Se calienta a V constante: isócoro ($dQ = n c_v dT$)

2º A esa T constante se expande: isotermo ($dQ = p dV$, ya que $\Delta U = 0$, $Q = -W = P \Delta V$)

Desarrollamos e integramos ambos términos

$$d \Delta S = n c_v \frac{dT}{T} + \frac{nR}{V} dV \Rightarrow \int d \Delta S = n c_v \int_{T_0}^{T_1} \frac{dT}{T} + nR \int_{V_0}^{V_1} \frac{dV}{V}$$

$$\Delta S = n c_v \ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right) + nR \ln\left(\frac{V_1}{V_0}\right) = 0,19 \cdot 20,77 \cdot \ln\left(\frac{1388,7}{300}\right) + 0,19 \cdot 8,31 \cdot \ln\left(\frac{7,72}{5}\right) = 6,73 \text{ J/K}$$