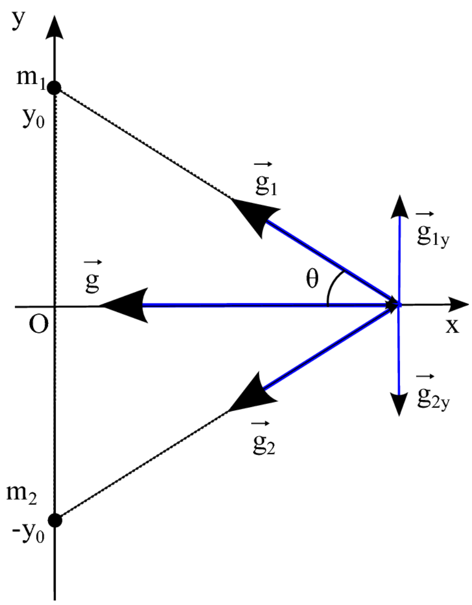
enrique@fiquipedia.es Revisado 10 agosto 2016

PRUEBA DE CARÁCTER PRÁCTICO PARA INGRESO AL CUERPO DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA DE FÍSICA Y QUÍMICA. BADAJOZ, 20 DE JUNIO DE 2015

FÍSICA

2. 2. Dos partículas de masa m están situadas en los puntos (0, y_0) y (0, -y_0) de un sistema de coordenadas. Responda razonadamente a las siguientes cuestiones:
a. Calcule la expresión para el potencial en cualquier punto del eje X. (0,15 puntos)
b. ¿Qué expresión tendrá la intensidad del campo gravitatorio en cualquier punto del eje de abscisas? (0,15 puntos)
c. Calcule en qué puntos de este eje es máxima la intensidad del campo gravitatorio producido por ambas masas. (0,35 puntos)
d. ¿Cuánto vale el campo en esos puntos? (0,35 puntos)
Datos: Tanto la constante de gravitación universal, G, como todas las magnitudes referidas en el enunciado están expresadas en unidades del Sistema Internacional.



Realizamos un diagrama colocando masa 1 en (0,y_0) y masa 2 en (0,-y_0), y para un punto genérico P del eje x a una distancia x del origen llamos θ al ángulo formado por el eje x y la línea que une el punto P con la masa 1.
Asumimos las cargas puntuales.
a) Utilizando el principio de superposición y teniendo en cuenta que la distancia a ambas masas es la misma y que ambas masas son iguales

$$V(x)=V_1(x)+V_2(x)=2V(x)=-G\frac{m}{r}=-2G\frac{m}{\sqrt{y_0^2+x^2}}[V]$$

b) Utilizando el principio de superposición y teniendo en cuenta que por simetría las componentes en el eje y se anularán, podemos plantear

$$\vec{g}(x)=\vec{g_{1x}}(x)+\vec{g_{2x}}(x)=-2g_{1x}\vec{i}=-G\frac{m}{r^2}\cdot\cos(\theta)\vec{i}$$

$$\cos(\theta)=\frac{x}{r}=\frac{x}{\sqrt{y_0^2+x^2}}$$

$$\vec{g}(x)=-2G\frac{mx}{(y_0^2+x^2)^{3/2}}[N/kg\,ó\,m/s^2]$$

c) Para calcular en qué puntos es máximo derivamos respecto a x

$$\frac{dg}{dx}=0\Rightarrow 0=-2Gm\frac{(y_0^2+x^2)^{3/2}-x\frac{3}{\cancel{2}}(y_0^2+x^2)^{1/2}\cancel{2}x}{(y_0^2+x^2)^3}\Rightarrow(y_0^2+x^2)^{3/2}-3x(y_0^2+x^2)^{1/2}=0$$

$$(y_0^2+x^2)^{1/2}\cdot(y_0^2+x^2-3x^2)=0\Rightarrow 2x^2=y_0^2\Rightarrow x=\frac{\pm y_0}{\sqrt{2}}[m]$$

d) En esos puntos (el signo del campo será opuesto al signo de x)

$$\vec{g}(x)=\pm 2Gm\frac{\frac{y_0}{\sqrt{2}}}{\left(y_0^2+\frac{y_0^2}{2}\right)^{3/2}}\vec{i}=\frac{\pm\sqrt{2}Gmy_0}{\left(\frac{3}{2}y_0^2\right)^{3/2}}\vec{i}=\frac{\pm 2\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}Gmy_0}{3\sqrt{3}\cdot y_0^3}\vec{i}=\frac{\pm 4\,Gm}{3\sqrt{3}\,y_0^2}[N/kg\,ó\,m/s^2]$$