enrique@fiquipedia.es

PRUEBA DE CARÁCTER PRÁCTICO PARA INGRESO AL CUERPO DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA DE FÍSICA Y QUÍMICA. BADAJOZ, 20 DE JUNIO DE 2015

FÍSICA

1. Un depósito cilindrico tiene una altura de 1,5 metros y el radio de su base es 0,85 metros. Su masa vacío es 3 kg. Este depósito vacío, en posición vertical, y abierto por su parte superior, se deslizaba sin rozamiento sobre una superficie horizontal, con movimiento rectilíneo y velocidad constante de 2,7 km/h. En cierto instante, empezó a caer una lluvia perpendicular a la superficie sobre la que el depósito se movía. De forma constante caían 2 litros de agua por m^2 cada hora, y el depósito durante su movimiento estuvo bajo esa lluvia.
Supongamos que en todo momento (antes de llover y durante la lluvia), en la dirección del movimiento del depósito no existiera fuerza alguna actuando sobre el depósito. En ese supuesto, realice usted los cálculos necesarios para contestar a las siguientes preguntas:
a. ¿Cuál sería la ecuación que expresaría la velocidad del depósito en función del tiempo, desde que empieza a llover hasta que se llena de agua, de forma que la velocidad quede expresada en m/s? (0,5 puntos)
b. ¿Cuál sería la ecuación de la posición en función del tiempo, desde que empieza a llover hasta que se llena de agua, de forma que la posición quede expresada en metros? (0,3 puntos)
c. ¿Cuál sería el valor de la velocidad del depósito, expresada en m/s, justo en el momento en que éste se llenó totalmente de agua? (0,2 puntos)
Datos: Π= 3,14 ; d_{agua} = 1 g/mL = 1 g/cm^3.

El dato del enunciado de π=3,14 (que hubiera sido más lógico como π≈3,14) lo interpretamos como considerar en los cálculos tres cifras significativas.
a) Como no actua ninguna fuerza en la dirección del movimiento, se frena por conservación de momento lineal, ya que se va incorporando masa que no lleva velocidad horizontal.
Llamamos M a la masa del cilindro, que inicialmente va a v_0=2,7 km/h=0,75 m/s
Como p=cte, $p_{inicial}=p_{final}$, y se puede plantear de dos maneras equivalentes:
--Inicialmente tenemos masa M a velocidad v_0 y ahí está todo el momento lineal inicial, por lo que llamando m a la masa en un instante t, podemos plantear directamente $M\cdot v_0=m\cdot v$
--En un instante de tiempo cualquiera, tenemos una masa m a velocidad v, y al incorporarse una gota de agua de masa dm y velocidad horizontal 0, la velocidad horizontal variará en dv.
Planteamos dv como positivo, de modo que un valor negativo suponga que la velocidad disiminuye.
m·v=(m+dm)(v+dv)

$$\cancel{m\cdot v}=\cancel{m\cdot v}+dm\cdot v+m\cdot dv+dm\cdot dv$$

(despreciando el término dmdv)

$$-dm\cdot v=m\cdot dv\Rightarrow -\frac{dm}{m}=\frac{dv}{v}\Rightarrow\int_M^m\frac{-dm}{m}=\int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v}\Rightarrow\ln\left(\frac{M}{m}\right)=\ln\left(\frac{v}{v_0}\right)\Rightarrow\frac{M}{m}=\frac{v}{v_0}\Rightarrow M\cdot v_0=m\cdot v$$

De ambas maneras se obtiene la misma expresión $M\cdot v_0=m\cdot v$

Como se pide velocidad, tenemos $v=\frac{M\cdot v_0}{m}$

Necesitamos una expresión en función del tiempo; expresamos cómo varía la masa de agua en función del tiempo.
La superficie de la base del cilindro es $S=\pi\cdot r^2=\pi\cdot 0{,}85^2=2{,}27\ m^2$

La tasa de llenado que llamamos T es $T=\frac{2\cancel{L}}{\cancel{m^2}\cdot\cancel{h}}\cdot\frac{1\,kg}{\cancel{L}}\cdot\frac{1\cancel{h}}{3600\,s}\cdot 2{,}27\,\cancel{m^2}=1{,}26\cdot 10^{-3}\,kg/s$

Como la tasa de llenado es constante, la masa del cilindro a lo largo del tiempo es

enrique@fiquipedia.es

$$m_{total}=m_{inicial}+T\cdot t=3+1{,}26\cdot 10^{-3}\cdot t$$

Sustituyendo

$$v=\frac{M\cdot v_0}{M+T\cdot t}[v\, en\, m/s, t\, en\, s]$$

Validación física:

Si t=0, $v=v_0$

Si t=∞, v=0.

Sustituyendo valores

$$v=\frac{2{,}25}{3+1{,}26\cdot 10^{-3}\cdot t}[v\, en\, m/s, t\, en\, s]$$

b) Como nos piden ecuación posición y tenemos ecuación de velocidad planteamos v=dx/dt

$$\frac{dx}{dt}=\frac{M\cdot v_0}{M+T\cdot t}\Rightarrow dx=\frac{M\cdot v_0}{M+T\cdot t}dt\Rightarrow\int_0^x dx=\int_0^t\frac{2{,}25}{3+1{,}26\cdot 10^{-3}\cdot t}dt$$

$$x=\frac{M\cdot v_0}{T}\ln\left(\frac{M+T\cdot t}{M}\right)=\frac{M\cdot v_0}{T}\ln\left(1+\frac{T}{M}t\right)$$

Validación física:

Si t=0, x=0

Si T=0, $x=v_0\cdot t$ (es una indeterminación, pero realizando aproximación series de Taylor, ln(1+x)≈x, luego $x\approx v_0\frac{M}{T}\left(\frac{T}{M}t\right)=v_0 t$)

Sustituyendo los valores tenemos

$$x=1{,}78\cdot 10^3\ln(1+4{,}2\cdot 10^{-4}t)[x\, en\, m, t\, en\, s]$$

c) Calculamos el tiempo que tarda en llenarse,

El volumen total del cilindro es S·h=2,27·1,5=3,41 m^3 y como se llena de agua, supone $3{,}41\cdot 10^3$ kg de agua un vez lleno.

Como sabemos la tasa de llenado

$$m_{agua}=T\cdot t\Rightarrow 3{,}41\cdot 10^3=1{,}26\cdot 10^{-3}\cdot t\Rightarrow t=\frac{3{,}41\cdot 10^3}{1{,}26}\cdot 10^{-3}=2{,}70\cdot 10^6 s\approx 752\, h$$

Sustituyendo en la ecuación de velocidad

$$v(t=2{,}7\cdot 10^6)=\frac{2{,}25}{3+1{,}26\cdot 10^{-3}\cdot 2{,}7\cdot 10^6}=6{,}6\cdot 10^{-4} m/s$$