enrique@fiquipedia.es Revisado 2 febrero 2016

2. Para medir la longitud de onda de un rayo láser se dispone de una red de difracción por transmisión de 600 líneas/mm. Al situar la red a una distancia de 45,0 cm de la pantalla, se observa que la distancia entre el máximo central y el primer máximo es de 18,4 cm.

a) Determine la longitud de onda del rayo láser.

b) Obtenga las posiciones sobre la pantalla de los 2º y 3º máximo principal.

c) Al iluminar una lámina de cesio con este láser se extraen electrones.

c.1. Determine la energía máxima de esos electrones.

c.2. Obtenga el momento lineal del electrón emitido y la longitud de onda asociada discutiendo si el cálculo es o no relativista.

Datos: Trabajo de extracción del cesio: 1,90 eV.

$h=6{,}626\times10^{-34}$ Js, $m_e=9{,}11\times10^{-31}$ kg, $e=1{,}60\times10^{-19}$ C

Referencias:

http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/phyopt/sinslit.html

http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/phyopt/sindoub.html#c1

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica_/ondas/interfer/difraccion/difraccion.html

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica_/ondas/interfer/redes/redes.html

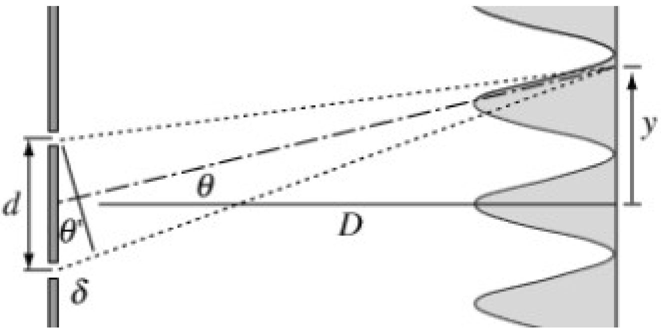
Expresamos resultados con 3 cifras significativas, como todos los datos del enunciado (salvo constante de Planck con 4 cifras)

a) La indicación de que se trata de una red de "difracción por transmisión" nos indica que se trata de rendijas, que es lo habitual; el otro tipo de red de difracción sería de reflexión.

El dato asociado a la red nos indica la distancia entre rendijas de la red

$$600\frac{línea}{mm} \Rightarrow d=\frac{1}{600\frac{línea}{mm}} \approx 1{,}67\frac{\mu m}{línea}$$

La anchura de cada rendija no la conocemos, pero en general es menor que la separación entre rendijas, por lo que los nulos del diagrama de difracción (asociados al ancho de la ranura) están más separados que los nulos del diagrama de interferencia (asociados a la distancia entre ranuras), por lo que lo habitual es considerar solamente la interferencia.



Cecilia Cabeza, Universidad de la República, Montevideo, práctica 7

Si realizamos un diagrama, esa distancia de la red es la distancia entre dos focos emisores (d) y es mucho mayor que la distancia a la pantalla. Para dos rendijas consecutivas, como la distancia D >>d, se tiene que desde ambas rendijas son casi paralelos, θ≈θ', y el desfase es δ=d·senθ.

Un máximo es una interferencia constructiva, y se produce cuando los focos emiten en fase / de forma coherente (lo garantiza el ser un láser) y el desfase es un múltiplo de una longitud de onda, por lo que se debe cumplir d·senθ=n·λ, y para el primer máximo tras el máximo central se cumplirá d·senθ=λ.

Del diagrama podemos expresar que tan(θ)=y/D→ θ=arctan(18,4/45,0)=22,2º

(en este caso no podemos aproximar tan(θ)≈sen(θ)≈θ)

Despejando $\lambda=1{,}67\cdot10^{-6}\cdot sen(22{,}2º)=6{,}32\cdot10^{-7}$ m

Aparte de poder haber planteado directamente la ecuación $d\cdot sen(\theta_{máx}) = \pm n\,\lambda$ (n = 0,1,2…), se puede comentar un planteamiento geométrico: calcular la distancia desde el punto donde se

genera el máximo a cada uno de los focos, restarlos, y así obtener la longitud de onda.
La distancia de red es la distancia entre dos focos emisores; la distancia al centro será la mitad
Distancia desde el punto superior de rendija:

$$\sqrt{(0{,}45^2+(0{,}184-0{,}5\cdot 1{,}67\cdot 10^{-6})^2)}=0{,}48616489721152968594\,m$$

Distancia desde el punto inferior de rendija :

$$\sqrt{(0{,}45^2+(0{,}184+0{,}5\cdot 1{,}67\cdot 10^{-6})^2)}=0{,}48616426516219517\,9\,m$$

Diferencia camino desde ambos focos:
0,48616489721152968594-0,486164265162195179= 6,32·10^{-7} *m*
El resultado es el mismo, pero esta manera de hacerlo depende de la precisión / número de cifras que maneje la calculadora

b) Segundo máximo:

$$d\cdot sen(\theta_{n=2})=2\cdot\lambda\rightarrow\theta_{n=2}=arcsen\left(\frac{2\cdot 6{,}32\cdot 10^{-7}}{1{,}67\cdot 10^{-6}}\right)=49{,}2^o$$

Altura en pantalla y_2=45,0·tan(49,2º)=52,1 cm
Tercer máximo

$$d\cdot sen(\theta_{n=3})=3\cdot\lambda\rightarrow\theta_{n=3}=arcsen\left(\frac{3\cdot 6{,}32\cdot 10^{-7}}{1{,}67\cdot 10^{-6}}\right)\Rightarrow No\,existe$$

c)
c.1 El apartado menciona “energía máxima”, sin especificar el tipo de energía. Calculamos la energía **cinética** máxima (ver PAU 2010-Junio-Coincidentes-B-Cuestión 3)
La frecuencia asociada a esa longitud de onda es

$$c=\frac{\lambda}{T}=\lambda f\Rightarrow f=\frac{c}{\lambda}=\frac{3\cdot 10^8}{6{,}32\cdot 10^{-7}}=4{,}75\cdot 10^{14}\,Hz$$

La energía asociada a un fotón de esa radiación

$$E=h\,f=6{,}626\cdot 10^{-34}\cdot 4{,}75\cdot 10^{14}=3{,}15\cdot 10^{-19}\,J$$

De acuerdo a la expresión para el efecto fotoeléctrico

$$E_{incidente}=W_0+E_{cmáx}\Rightarrow E_{cmáx}=E_{incidente}-W_0$$

El trabajo de extracción en Julios, dado que 1eV = $1{,}60\cdot 10^{-19}$ J es de $1{,}90\cdot 1{,}60\cdot 10^{-19}=3{,}04\cdot 10^{-19}$ J
$E_{cmáx}=3{,}15\cdot 10^{-19}-3{,}04\cdot 10^{-19}=1{,}10\cdot 10^{-20}$ J
c.2 La calculamos utilizando a priori la expresión no relativista

$$E_c=\frac{1}{2}m\,v^2\Rightarrow v=\sqrt{\frac{2\,E_c}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot 1{,}10\cdot 10^{-20}}{9{,}11\cdot 10^{-31}}}=1{,}55\cdot 10^5\,m/s$$

Momento lineal: p=mv = $9{,}11\cdot 10^{-31}\cdot 1{,}55\cdot 10^5=1{,}41\cdot 10^{-25}$ kg m s^{-1}
Longitud de onda de De Broglie asociada: $\lambda=h/p=6{,}626\cdot 10^{-34}/1{,}41\cdot 10^{-25}=4{,}70\cdot 10^{-9}$ m
Aunque se aprecia que v<<c, comprobamos que es válida la aproximación no relativista.

$$\beta=\frac{v}{c}=\frac{1{,}55\cdot 10^5}{3{,}00\cdot 10^8}=5{,}17\cdot 10^{-4}=5{,}17\cdot 10^{-2}\,\%$$

$$\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}=\frac{1}{\sqrt{1-(5{,}17\cdot 10^{-4})^2}}\approx 1{,}00000013$$

Se suele hablar de velocidades relativistas asociándolas de manera práctica a v≥0,14c, ya que para en ese caso γ difiere de la unidad en un 1%.