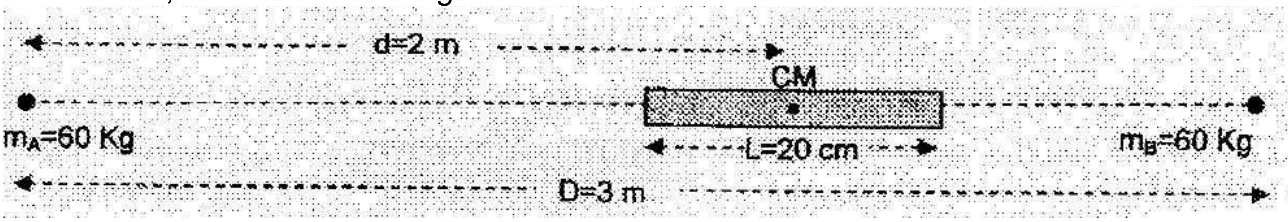
5. Una varilla delgada y homogénea de 20 cm de longitud que tiene una densidad lineal de masa λ=5 g/cm, se encuentra alineada entre dos masas puntuales "A" y "B" idénticas de 60 kg cada una, separadas una distancia de 3 m. Calcula la fuerza que ejercen las fuerzas puntuales sobre la varilla, si su centro de masas (CM) se encuentra a 2 m de una de ellas considerando que se trata de una distribución de masa.
Datos: $G=6{,}67259\cdot10^{-11}$ $N\cdot m^2/kg^2$



>Como enunciado da dato G con 6 cifras significativas, y el resto con 1 ó 2, pero sin indicar decimales, asumimos que todos los datos tienen 6 cifras significativas (20,0000 cm, 5,00000 g/cm, 60,0000 kg, 3,00000 m y 2,00000 m) y expresamos resultados inicialmente con 6 cifras significativas, viendo cómo quedarían expresados con únicamente 1 cifra significativa.
No podemos plantear un modelo puntual para la varilla, ya que no podemos asumir que el campo gravitatorio creado por cada una de las masas es uniforme en toda la varilla.
Calculamos la fuerza total ejercida por cada masa; tomamos eje x en la línea que une A y B, y el origen en A o B según el caso. El signo indicará el sentido de la fuerza, siempre atractiva.
La fuerza será constante parar un elemento diferencial de barra de longitud dx, que tendrá una masa dm=λdx.
Lo hacemos con A pero cambiando origen será equivalente para B

$$dF_A=-G\frac{m_A\cdot dm}{x^2}\Rightarrow F_A=\int_{x\,inicio\,barra}^{x\,fin\,barra}(-G\,m_A\lambda)\frac{dx}{x^2}$$

$$F_A=G\,m_A\lambda\left[\frac{1}{x}\right]_{x\,inicio\,barra}^{x\,fin\,barra}=G\,m_A\lambda\left(\frac{1}{x_{fin\,barra}}-\frac{1}{x_{inicio\,barra}}\right)$$

Para la masa A (eje x dirigido de A hacia B, fuerza dirigida hacia A)

$$F_A=6{,}67259\cdot10^{-11}\cdot60\cdot\frac{5\cdot10^{-3}}{10^{-2}}\left(\frac{1}{2+0{,}1}-\frac{1}{2-0{,}1}\right)=-1{,}00340\cdot10^{-10}\,N$$

Para la masa B (eje x dirigido de B hacia A, fuerza dirigida hacia B)

$$F_B=6{,}67259\cdot10^{-11}\cdot60\cdot\frac{5\cdot10^{-3}}{10^{-2}}\left(\frac{1}{1+0{,}1}-\frac{1}{1-0{,}1}\right)=-4{,}04399\cdot10^{-10}\,N$$

Si sumamos vectorialmente, dado que $F_B>F_A$, la fuerza total irá dirigida hacia B, y asumiendo que la varilla es un sólido rígido podemos supener esa fuerza total aplicada en su centro de masas,

$$F_A+F_B=-1{,}00340\cdot10^{-10}+4{,}04399\cdot10^{-10}=3{,}04059\cdot10^{-10}\,N$$

Si lo expresamos con una única cifra significativa $F_A+F_B=3\cdot10^{-10}\,N$

>Podemos calcular rápidamente y comparar el resultado que se hubiera obtenido ignorando las dimensiones de la barra y haciendo un tratamiento puntual

$$F_A+F_B=-G\frac{m_A\cdot m}{x_{CMA}^2}+G\frac{m_B\cdot m}{x_{CMB}^2}=G\,m\left(\frac{m_B}{x_{CMB}^2}-\frac{m_A}{x_{CMA}^2}\right)$$

$$F_A+F_B=6{,}67259\cdot10^{-11}\cdot\frac{5\cdot10^{-3}}{10^{-2}}\cdot2\cdot\left(\frac{60}{1^2}-\frac{60}{2^2}\right)=3{,}00267\cdot10^{-9}\,N$$

Parece similar numéricamente pero difieren en un orden de magnitud.
Podemos comprobar que el campo varía significativamente entre ambos extremos de la barra; $g_B=4{,}9\cdot10^{-9}$ *N/kg en extremo próximo (a 0,9 m) y* $g_B=3{,}3\cdot10^{-10}$ *N/kg en extremo lejano (a 1,1 m)*