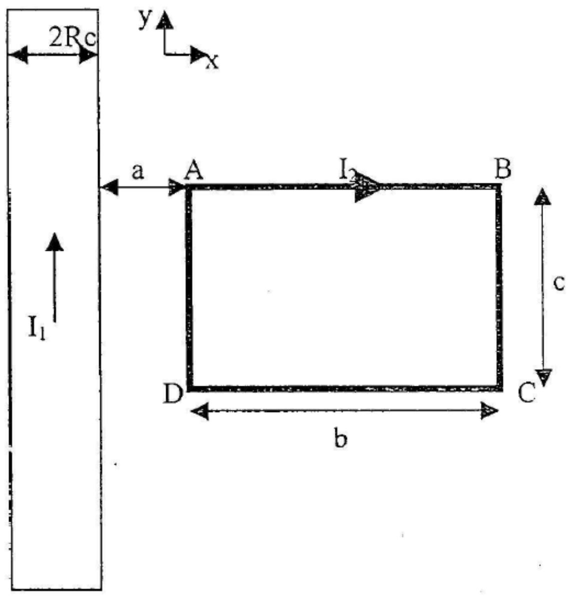
enrique@fiquipedia.es Revisado 1 mayo 2018

1. Problemas relacionados con el temario de ingreso



1. Por un conductor de forma cilíndrica de radio Rc e indefinido circula una corriente $I_1=I_0+5t^{0,3}$ uniformemente distribuida.
En todos los casos obtenga primero una solución general y después haga la aplicación numérica con los datos particulares del problema.
Calcule:
a) Mediante la ley de Ampere el módulo del campo magnético creado por el conductor en cualquier punto del espacio (incluido el interior del conductor) para t=0.
b) Fuerza sobre el lado AB de una espira rectangular de dimensiones "bxc" y resistencia R separada del hilo una distancia "a" cuando por la misma circula un intensidad I_2, para t=0.
c) Flujo del campo magnético creado por el conductor a través de la espira, en cualquier instante.
d) Fuerza electromotriz e intensidad inducidas en la espira.
e) Coeficiente de inducción mutua entre ambos objetos.
Datos: $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ T m A^{-1}; $I_0 = 10$ A; $I_2 = 5$ A; a = 25 cm; b = 80 cm; c = 60 cm; Rc = 0,15 m; R=10 Ω

a) Por simetría el campo magnético tendrá el mismo módulo a la misma distancia del conductor y tendrá sentido entrante en el dibujo sobre el lado en el que está representada la espira, por lo que tomamos como línea sobre la que realizar la circulación una circunferencia de radio r.

Aplicando la ley de Ampère $\oint \vec{B}\cdot\vec{dl}=\mu_0 I_{interna} \Rightarrow B\cdot 2\pi r=\mu_0 I_{interna} \Rightarrow B=\frac{\mu_0 I_{interna}}{2\pi r}$

- En el interior del conductor, dado que la corriente está uniformemente distribuida, la densidad de corriente es constante $|\vec{j}|=\frac{I}{S}=\frac{I_1}{\pi R_c^2}$ y para una distancia r $I=|j|S=\frac{I_1}{\pi R_c^2}\pi r^2=I_1\frac{r^2}{R_c^2}$

$$B=\frac{\mu_0(I_0+5t^{0,3})}{2\pi r}\frac{r^2}{R_c^2}=\frac{\mu_0(I_0+5t^{0,3})}{2\pi R_c^2}r$$

Numéricamente para t=0 $B=\frac{4\pi 10^{-7}10}{2\pi 0,15^2}r=\frac{4}{45}\cdot10^{-3}r[B\,en\,T, r\,en\,m]$

-En el exterior del conductor, la corriente interna siempre es la total que circula por el conductor

$B=\frac{\mu_0(I_0+5t^{0,3})}{2\pi r}$ Numéricamente para t=0 $B=\frac{4\pi 10^{-7}10}{2\pi r}=\frac{2\cdot10^{-6}}{r}[T]$

Se puede comprobar que el campo coincide en el punto común a ambas regiones, r=Rc.

b) Al ser t=0 no ha habido variación de corriente I_1 ni variación de flujo y no planteamos corriente inducida sobre la espira adicional a I_2.

Si utilizamos la ley de Laplace, al ser campo magnético siempre perpendicular (dirigido hacia z negativas en el tramo AB según sistema de referencia del diagrama) podemos plantear que $F=I_2lB$, siendo la fuerza un vector dirigido hacia y positivas. Como el campo magnético no es constante en todo AB, debemos integrar en tramos diferenciales a lo largo del eje x.

La distancia desde el eje del conductor al punto A es Rc + a y al punto B es Rc + a + b.

enrique@fiquipedia.es

$$F=\int_{Rc+r_A}^{Rc+r_A+r_B} I_2 B\,dl=I_2\frac{\mu_0 I_0}{2\pi}\int_{Rc+r_A}^{Rc+r_A+r_B}\frac{dr}{r}=I_2\frac{\mu_0 I_0}{2\pi}\ln\frac{Rc+r_A+r_B}{Rc+r_A}$$

Numéricamente Rc + a =0,15+0,25=0,4 cm, y Rc + a + b = 1,2 cm

Numéricamente y en forma vectorial $\vec{F}=5\frac{4\pi 10^{-7}10}{2\pi}\ln\frac{1,2}{0,4}\vec{j}\approx 1,099\cdot 10^{-5}\vec{j}\,N$

c) $\Phi_{12}=\int\vec{B}\cdot d\vec{S}$ Al ser el campo perpendicular a la superficie podemos plantear $\Phi_{12}=\int B\cdot dS$, y al no ser el campo constante en toda la espira el flujo lo planteamos como una integral de flujo en tramos diferenciales de altura c y anchura dx entre A y B

$$\Phi_{12}=\int_{r_A}^{r_A+r_B} B\,c\,dr=\frac{\mu_0(I_0+5t^{0,3})}{2\pi}c\int_{Rc+r_A}^{Rc+r_A+r_B}\frac{dr}{r}=\frac{\mu_0(I_0+5t^{0,3})}{2\pi}c\ln\frac{Rc+r_A+r_B}{Rc+r_A}[\Phi_{12}\,en\,Wb, t\,en\,s]$$

Numéricamente

$$\Phi_{12}=\frac{4\pi 10^{-7}(10+5t^{0,3})}{2\pi}0,60\ln\frac{1,2}{0,4}\approx 1,318\cdot 10^{-6}+6,592\cdot 10^{-6}t^{0,3}[\Phi_{12}\,en\,Wb, t\,en\,s]$$

d) Aplicando la ley de Faraday-Lenz

$$\varepsilon_2=\frac{-d\Phi_{12}}{dt}=\frac{-\mu_0 c\ln\frac{Rc+r_A+r_B}{Rc+r_A}}{2\pi}\frac{d(I_0+5t^{0,3})}{dt}=\frac{-\mu_0 c\ln\frac{Rc+r_A+r_B}{Rc+r_A}}{2\pi}5\cdot 0,3t^{-0,7}[\varepsilon_2\,en\,V, t\,en\,s]$$

Numéricamente $\varepsilon_2=\frac{-4\pi 10^{-7}0,60\ln\frac{1,2}{0,4}}{2\pi}5\cdot 0,3t^{-0,7}\approx -1,978\cdot 10^{-7}t^{-0,7}[\varepsilon_2\,en\,V, t\,en\,s]$

Aplicando la ley de Ohm $I_2=\frac{V_2}{R}=\frac{-\mu_0 c\ln\frac{Rc+r_A+r_B}{Rc+r_A}}{2\pi R}5\cdot 0,3t^{-0,7}[I_2\,en\,A, t\,en\,s]$

Numéricamente $I_2=\frac{-4\pi 10^{-7}0,60\ln\frac{1,2}{0,4}}{2\pi 10}5\cdot 0,3t^{-0,7}\approx -1,978\cdot 10^{-8}t^{-0,7}[I_2\,en\,A, t\,en\,s]$

e) Por definición el coeficiente de inducción mutua cumple $\Phi_2=M I_1\Rightarrow\varepsilon_2=-M\frac{dI_1}{dt}$ luego

$$M=\frac{\Phi_2}{I_1}=\frac{\frac{\mu_0 c\ln\frac{Rc+r_A+r_B}{Rc+r_A}}{2\pi}\cancel{I_0+5t^{0,3}}}{\cancel{I_0+5t^{0,3}}}=\frac{\mu_0 c\ln\frac{Rc+r_A+r_B}{Rc+r_A}}{2\pi}$$

Numéricamente $M=\frac{4\pi 10^{-7}0,60\ln\frac{1,2}{0,4}}{2\pi}=1,318\cdot 10^{-7}H$