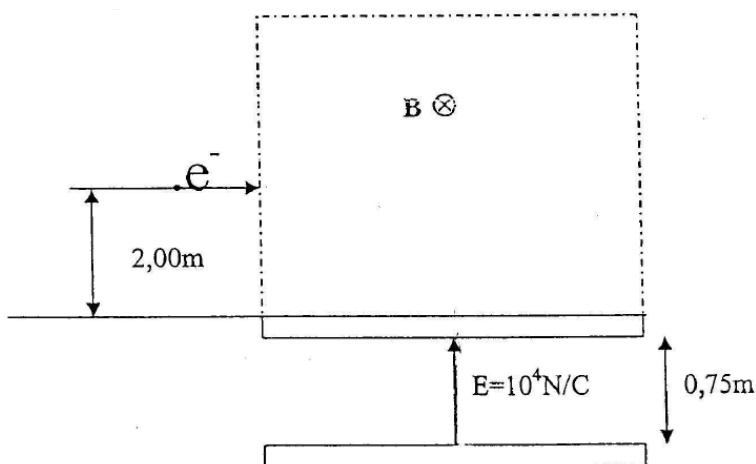


### 1. Problemas relacionados con el currículo de la especialidad

2. Un electrón se mueve en línea recta y con velocidad constante  $v=2 \cdot 10^8$  m/s, tal y como muestra el dibujo. Para dirigirlo hacia un condensador plano se usa un campo magnético uniforme  $B$ , que actúa en la zona punteada de la figura. Encuentre:

- Módulo del campo magnético necesario.
- Velocidad del electrón al abandonar el condensador.
- Energía cinética relativista del electrón para la velocidad que lleva tras abandonar el condensador (en J y MeV).

Datos:  $|e|=1,6 \cdot 10^{-19}$  C;  
 $m_e=9,1 \cdot 10^{-31}$  kg;  $c=3 \cdot 10^8$  m/s



**Asturias 2016: no se tienen enunciados originales para confirmar, pero uno de los problemas de física es igual a este problema, solamente que no se indica el sentido del campo magnético.**

Referencias:

<https://physics.stackexchange.com/questions/20919/relativistic-centripetal-force>

[https://en.wikipedia.org/wiki/Gyroradius#Relativistic\\_case](https://en.wikipedia.org/wiki/Gyroradius#Relativistic_case)

- Para dirigirlo hacia el condensador asumimos que entra (habrá un agujero) perpendicularmente a las placas, por lo que tiene que realizar un giro de  $90^\circ$  con radio 2,00 m. A ser una velocidad relativista, tenemos que considerar el aumento de la inercia del electrón (cualitativamente a veces se habla de "masa relativista") que implica una variación del radio respecto al caso clásico.

La expresión a la que se se llega  
 En la región con campo magnético el

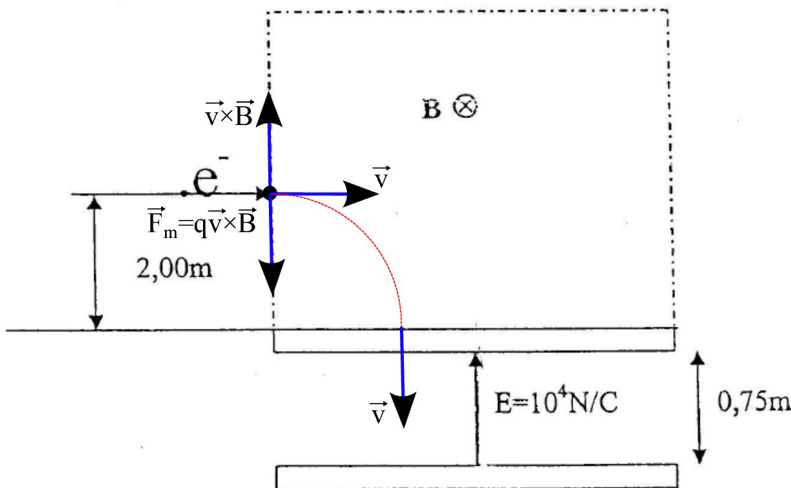
módulo de la velocidad no varía,  $\beta = \frac{v}{c} = \frac{2}{3} \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1,34164$

Si planteamos la ley de Lorentz y dado que velocidad y campo forman  $90^\circ$

$$|e|vB = \gamma m_e \frac{v^2}{R} \Rightarrow B = \frac{\gamma m_e v}{|e|R} = \frac{1,34164 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 2 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2} = 7,63 \cdot 10^{-4} T$$

- Durante la aceleración del condensador toda la energía potencial pasa a energía cinética, pero de nuevo consideramos situación relativista, se mantiene el módulo de velocidad respecto a la situación anterior.

Al ser un campo uniforme, tenemos que  $|E| = \frac{|\Delta V|}{|\Delta x|} \Rightarrow |\Delta V| = 0,75 \cdot 10^4 = 7500 V$



La variación de energía potencial  $|\Delta E_p| = |q \Delta V| = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 7500 = 1,2 \cdot 10^{-15} \text{ J}$

El electrón se acelera en contra del campo, hacia potenciales mayores, luego es positiva.

Esa energía se invierte en aumentar la energía cinética relativista, que para partículas con masa es

$$E_c = (\gamma - 1) m c^2 \quad (\text{la energía cinética es la energía relativista total menos la masa en reposo})$$

Si planteamos la diferencia entre la energía cinética relativista al final e inicial y la conservación de energía relativista (la masa en reposo es invariante)

$$\Delta E_p + \Delta E_c = 0 \Rightarrow \Delta((\gamma - 1) m c^2) = \Delta E_p$$

$$\gamma_{final} - \gamma_{inicial} = \frac{\Delta E_p}{m c^2} \Rightarrow \gamma_{final} = 1,34164 + \frac{1,2 \cdot 10^{-15}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2} = 1,35629$$

$$\gamma_{final} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_{final}^2}} \Rightarrow \beta_{final}^2 = 1 - \frac{1}{\gamma_{final}^2} \Rightarrow \beta_{final} = \sqrt{1 - \frac{1}{1,35629^2}} = 0,67556$$

$$v_{final} = \beta_{final} \cdot c = 0,67556 \cdot 3 \cdot 10^8 = 2,0268 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

c) Para partículas con masa la energía cinética relativista es

$$E_c = (\gamma - 1) m c^2 = (1,35629 - 1) \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 2,918 \cdot 10^{-14} \text{ J} = 0,182 \text{ MeV}$$