FÍSICA

2.- Disponse dun cilindro de 20 cm de diámetro cun pistón libre de rozamentos e transmisor perfecto de calor, unido a un vástago. Ponse o cilindro vertical, co vástago cara arriba e suxeitase este de maneira que o pistón situado no centro do cilindro divide ao mesmo en dous volumes iguais de 20 L cadanseu, cheos de ar, considerado un gas perfecto, a presión e temperatura ambientes, que se atopan a 1 atm e 25º C. O cilindro é estanco por ámbalas partes e termicamente illado do exterior. Apóiase un peso de 500 kg no vástago e se libera o conxunto pistón-vástago-peso, que se despraza cara abaixo para logo volver cara arriba, orixinándose un movemento de vaivén ata que finalmente, por fricción co ar interior, o conxunto estabilízase en certa posición. Determinar:
a) As variables termodinámicas -P, V e T- do ar nos dous compartimentos cando se estabiliza e o traballo recibido polo conxunto do ar no cilindro.
b) ¿Hai traballo non útil?. ¿Cal é o incremento total de entropía no universo?.
Datos: R= 0,287 kJ/kg·K. Cp= 1,0043 kJ/kg·K. Cv= 0,7165 kJ/kg·K.

2. Se dispone de un cilindro de 20 cm de diámetro con un pistón libre de rozamientos y transmisor perfecto de calor, unido a una barra. Se pone el cilindro vertical, con la barra hacia arriba y se sujeta de manera que el pistón situado en el centro del cilindro divide el mismo en dos volúmenes iguales de 20 L cada uno, llenos de aire, considerado un gas ideal, a presión y temperatura ambiente, que son 1 atm y 25 ºC. El cilindro está sellado en ambos lados y térmicamente aislado del exterior. Se apoya un peso de 500 kg en el eje y se libera el conjunto pistón-vástago-peso, que se desplaza hacia abajo para luego volver hacia arriba, originando un movimiento de vaivén hasta que finalmente, por la fricción con el aire interior, el conjunto se estabiliza en cierta posición. Determinar:
a) Las variables termodinámicas P, V y T del aire en los dos compartimentos cuando se estabiliza y el trabajo recibido por todo el aire en el cilindro.
b) ¿Hay trabajo no útil?. ¿Cuál es el aumento total de la entropía en el universo?.
Datos: R = 0,287 kJ/kg·K. C_p = 1,0043 kJ/kg·K. C_v = 0,7165 kJ/kg·K.

Referencias:
http://forum.lawebdefisica.com/threads/34882-Problema-de-piston-que-se-desplaza
http://opsfisquim.blogspot.com.es/2015/06/recopilacion-de-problemas-del-foro.html

http://laplace.us.es/wiki/index.php/Cálculos_de_entropía_(GIE)
http://laplace.us.es/wiki/index.php/Segundo_Principio_de_la_Termodin%C3%A1mica#Trabajo_.C3.BAtil_total
http://laplace.us.es/wiki/index.php/Trabajo_en_una_compresi%C3%B3n_por_un_peso#Compresi.C3.B3n_por_una_pesa
http://laplace.us.es/wiki/index.php/Compresi%C3%B3n_adiab%C3%A1tica_de_un_gas_por_un_peso
Comentado por Dudaconpatas, Sleepylavoisier en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4018&sid=b75df2d89bde7801af233039eafdfcaf#p19382

Problemas donde se cita variación entropía universo: 1994 Cataluña B3, 2000 Cataluña A2, 2000 Cataluña C3, 2001 Cataluña A3.

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)

Describimos la **situación inicial, antes de poner el peso**.
Usamos subíndice i para inicial, **1 para compartimento por debajo del pistón y 2 para compartimento por encima del pistón.**
Asumimos que el volumen de la barra/vástago es despreciable y no interviene térmicamente.
$P_{1i}=P_{2i}=1$ atm = 101325 Pa
$V_{1i}=V_{2i}=20$ L=$20\cdot 10^{-3}$ m³
$T_{1i}=T_{2i}=T_i=273+25=298$ K
Convertimos los datos a unidades de Sistema Internacional, ya que R, C_v y C_p están en kJ/kg·K

$$m_{1i}=m_{2i}=\frac{PV}{RT}=\frac{101325\cdot 20\cdot 10^{-3}}{0{,}287\cdot 10^3\cdot 298}=0{,}02369\,kg$$

Conociendo el volumen inicial de cada compartimento y su sección, podemos calcular la altura inicial de cada compartimento
Si el diámetro son 20 cm, el radio del pistón es 0,1 m.

$$V_{compart}=S_{compart}\cdot h_{compart}\Rightarrow 20\cdot 10^{-3}=\pi\cdot 0{,}1^2\cdot h_{compart}\Rightarrow h_{compart}=\frac{20\cdot 10^{-3}}{\pi\cdot 0{,}1^2}=0{,}63662\,m$$

El cilindro en total tiene 2·0,63662=1,27324 m de altura.
Describimos la **situación final, una vez se ha estabilizado con el peso encima**.
Usamos subíndice f para final.
No se proporciona g como dato, usamos g=9,8 m/s^2
Numeramos ecuaciones
[1] $V_{1f}+V_{2f}=40\cdot 10^{-3}$ (el volumen total son $40\cdot 10^{-3}$ m^3)
[2] $T_{1f}=T_{2f}=T_f$ (interconectados por un pistón que es transmisor de calor)
[3] $m_{1f}=m_{2f}=m=0{,}02369$ (La masa en ambos compartimentos es la misma)
En el compartimento 1 (debajo), la presión final es la suma de:
-la presión que ejerce la masa a través del pistón (más masa supondría más P_{1f})
-la presión que ejerce el compartimento de arriba (más presión arriba supondría más P_{1f})
No consideramos que haya que sumar la presión atmosférica: aunque enunciado indica *"...se sujeta de manera que el pistón situado en el centro del cilindro divide el mismo en dos volúmenes iguales ... a presión y temperatura ambiente, que son* ***1 atm*** *y 25 ºC"*, solamente indica el valor de la presión inicial. Se indica *"El cilindro está sellado en ambos lados"* por lo que no actúa sobre el compartimento inferior la presión atmosférica directamente, y la presión atmosférica que actúa sobre la barra no la consideramos.

$$P_{1f}=P_{2f}+P_{peso}=P_{2f}+\frac{m\cdot g}{S}=P_{2f}+\frac{500\cdot 9{,}8}{\pi 0{,}1^2}=P_{2f}+155972$$

[4] $P_{1f}=P_{2f}+155972$
Al mismo tiempo

$$P_{1f}V_{1f}=m_{1f}RT_{1f}=mRT_f=0{,}02369\cdot 0{,}287\cdot 10^3\cdot T_f=6{,}799\,T_f$$

[5] $P_{1f}V_{1f}=6{,}799T_f$

$$P_{2f}V_{2f}=m_{2f}RT_{2f}=mRT_f=0{,}02369\cdot 0{,}287\cdot 10^3\cdot T_f=6{,}799\,T_f$$

[6] $P_{2f}V_{2f}=6{,}799T_f$

Pensando físicamente, no simplemente relacionando ecuaciones, buscamos relacionar condiciones finales e iniciales. Todo este detalle que sigue no es necesario en la primera parte de la resolución, pero lo mantengo al ser el planteamiento inicial,y porque se obtiene una expresión [7] que sí se usa en resolución final, y se usa en la segunda parte para cálculo de entropía.
Describimos el proceso entre esas dos situaciones: el cilindro está aislado térmicamente del exterior

y no intercambia calor, por lo que se puede pensar en un proceso adiabático, pero el proceso de cada compartimento es separado y no podemos considerar solamente una suma de dos procesos adiabáticos ya que aunque no haya aporte de calor al sistema global de los dos cilindros, sí hay aporte de trabajo al sistema al colocar la masa, y hay intercambio de calor entre los dos compartimentos. Pero sí podemos considerar el proceso como una suma de varios procesos, y se pueden hacer varios planteamientos: como conocemos la presión final del compartimento 1, se puede plantear empezar por un proceso que la consiga como primer paso, pero si planteamos una compresión adiabática de 1 la energía la tiene que aportar 2, y quizá no sea posible que aporte tanta energía (la compresión es debida al peso de una masa de 500 kg que tendrá un valor importante), así que comenzamos con la energía aportada por el pistón que desciende.
A. Aporte de energía asociada al trabajo de desplazamiento de la masa que desciende / a su pérdida de energía potencial. Se puede pensar en la equivalente trabajo-calor de Joule.
Lo tenemos que asignar a un sistema o parte, lo consideramos aportado inicialmente al sistema y ambos aumentan de temperatura ($T_{1A}=T_{2A}$), manteniéndose los volúmenes iguales ($V_{1A}=V_{2A}=20\cdot10^{-3}$ m^3), por lo que su presión aumentará al igual que su temperatura.
B. Transformación adiabática de cada compartimento, el 1 se comprime hasta la **presión final** y se calienta, al tiempo que el 2 se expande y se enfría. Como ambos tienen la misma masa y el mismo calor a volumen constante, el incremento de temperatura es el mismo para ambos pero en sentidos opuestos.
C. Equilibrio térmico entre compartimento 1 y 2 sin modificar presión (el 1 estará más caliente y cederá calor al 2), de modo que el volumen de 1 desciende y el de 2 aumenta, hasta llegar al **volumen final**.

Planteamos las ecuaciones asociadas a cada uno de los tres subprocesos, para conseguir relacionar situación inicial y final y obtener los valores solicitados:
A. La energía aportada por el bloque en su descenso es Mgh, siendo M=500 kg y h la altura que ha bajado hasta la posición final, h=V/S. Planteando el primer principio de la termodinámica $\Delta U=W$ y teniendo en cuenta que la variación de energía interna es una función de estado que depende únicamente de la temperatura y que podemos calcular con Cv, en este caso lo hacemos con masas $\Delta U=\Delta U_1+\Delta U_2=2m\cdot C_v\cdot\Delta T$

$$2\cdot m\cdot C_v\cdot(T_A-T_i)=Mgh$$

$$2\cdot 0{,}02369\cdot 0{,}7165\cdot 10^3\cdot(T_A-298)=500\cdot 9{,}8\cdot h$$

$$T_A=298+144{,}34\,h$$

Como hemos mantenido volúmenes, podemos relacionar presiones, que serán las mismas en ambos compartimentos

$$P_{1A}=P_{2A}=P_A=\frac{mRT_A}{V_A}=\frac{0{,}02369\cdot 0{,}287\cdot 10^3\cdot(298+144{,}34\,h)}{20\cdot 10^{-3}}=1{,}013\cdot 10^5+4{,}907\cdot 10^4\,h$$

B. Podemos calcular el coeficiente adiabático con los datos $\gamma=\frac{c_p}{c_v}=\frac{1{,}0043}{0{,}7165}=1{,}402$

Al ser adiabático con mismas masas y Cv ya habíamos indicado que la variación de temperatura es la misma pero sentidos opuestos, lo validamos

$$\Delta U=0\Rightarrow\Delta U_{1AB}=-\Delta U_{2AB}\Rightarrow\cancel{m\cdot C_v}\cdot\Delta T_{1AB}=-\cancel{m\cdot C_v}\cdot\Delta T_{2AB}\Rightarrow\Delta T_{1AB}=-\Delta T_{2AB}$$

$$T_{1B}-T_A=-(T_{2B}-T_A)\Rightarrow T_{1B}-T_A=-T_{2B}+T_A$$

$$T_{1B}=2T_A-T_{2B}=596+288{,}68\,h-T_{2B}$$

Al ser adiabático podemos relacionar presiones y temperaturas para cada compartimento

$$P_{1A}^{1-\gamma}T_{1A}^{\gamma}=P_{1B}^{1-\gamma}T_{1B}^{\gamma}$$

$$P_{2A}^{1-\gamma}T_{2A}^{\gamma}=P_{2B}^{1-\gamma}T_{2B}^{\gamma}$$

Si igualamos ambos términos de la derecha entre sí dado que $T_{1A}=T_{2A}=T_A$ y $P_{1A}=P_{2A}=P_A$ y los términos de la izquierda de ambas son los mismos

$$P_{1B}^{1-\gamma}T_{1B}^{\gamma}=P_{2B}^{1-\gamma}T_{2B}^{\gamma}$$

$$\left(\frac{T_{1B}}{T_{2B}}\right)^{\gamma}=\left(\frac{P_{2B}}{P_{1B}}\right)^{1-\gamma}$$

C. Como es un sistema adiabático, de manera similar a proceso B, pero planteando que es un equilibrio térmico y que $T_{1C}=T_{2C}=T_f$

$$\Delta U=0\Rightarrow\Delta U_{1BC}=-\Delta U_{2BC}\Rightarrow\cancel{m\cdot C_v}\cdot\Delta T_{1BC}=-\cancel{m\cdot C_v}\cdot\Delta T_{2BC}\Rightarrow\Delta T_{1BC}=-\Delta T_{2BC}$$

$$T_{1C}-T_{1B}=-(T_{2C}-T_{2B})\Rightarrow T_{1C}-T_{1B}=-T_{2C}+T_{2B}$$

$$T_{1C}+T_{2C}=T_{1B}+T_{2B}$$

$$2T_C=596+288{,}68h$$

$$T_C=298+144{,}34h$$

Vemos que

[7] $T_A=T_B=T_C=T_f=298+144{,}34h$

resultado que ya sabemos la energía interna es una función de estado que depende de la temperatura, y no hay más aporte de energía interna que el realizado en A.

Finalmente no utilizamos en esta parte las expresiones de subproceso B ni el coeficiente adiabático, y en este caso hubiera bastado con saber que la temperatura del subproceso A y del B es la misma para el planteamiento final.

Operando con las ecuaciones intentamos obtener una expresión únicamente de con $V_{2C}=V_{2f}$ para despejar su valor. Como sabemos que compartimento 1 de debajo se comprime e inicialmente tiene 0,63662 m y en situación final ha descendido h (positivo), la altura final del compartimento 2 es 0,63662-h: en la situación final $V_{2f}=S_{cilindro}\cdot h_{2f}=\pi 0{,}1^2(0{,}63662-h)$

[8] $h=0{,}63662-\frac{V_{1f}}{\pi 0{,}1^2}$

Partiendo de [4], sustituyendo [5] y [6]

$$6{,}799\frac{T_f}{V_{1f}}=6{,}799\frac{T_f}{V_{2f}}+155972$$

$$T_f\left(\frac{1}{V_{1f}}-\frac{1}{V_{2f}}\right)=2{,}294\cdot10^4$$

Sustituimos T_f usando [7] en la que sustituimos h usando [8]

$$\left(298+144{,}34\left(0{,}63662-\frac{V_{1f}}{\pi 0{,}1^2}\right)\right)\left(\frac{1}{V_{1f}}-\frac{1}{V_{2f}}\right)=2{,}294\cdot10^4$$

Por último expresamos V_{2f} en función de V_{1f} usando [1], con lo que queda una expresión con una única incógnita que es el volumen del compartimento inferior V_{1f}

$$\left(298+144{,}34\left(0{,}63662-\frac{V_{1f}}{\pi 0{,}1^2}\right)\right)\left(\frac{1}{V_{1f}}-\frac{1}{40\cdot10^{-3}-V_{1f}}\right)=2{,}294\cdot10^4$$

Despejando

https://www.wolframalpha.com/input/?i=(+298+%2B+144.34*(0.63662-+x%2F(pi*0.1%5E2)))*(1%2Fx-1%2F(40e-3+-x)+)%3D+2.294e4

$V_{1f}=0{,}0099975\ m^3 = 9{,}9975\ L \approx 10\ L$

(Valor pequeño, indica que el pistón desciende mucho; razonable viendo que es una masa elevada)

Para el compartimento superior $V_{1f}=40-V_{1f}\approx 30L$

La altura que ha descendido es 0,3191 m

Calculamos temperatura final de ambos compartimentos

$$T_f=298+144{,}34\left(0{,}63662-\frac{0{,}0099975}{\pi 0{,}1^2}\right)=344\,K$$

La presión final de cada compartimento

Inferior $P_{1f}=6{,}799\dfrac{344}{10\cdot 10^{-3}}=2{,}33886\cdot 10^5\,Pa$

Superior $P_{1f}=6{,}799\dfrac{344}{30\cdot 10^{-3}}=7{,}7962\cdot 10^4\,Pa$

Respondiendo explícitamente a lo preguntado, y usando 3 cifras significativas:

-Valores finales P, V, T :

Compartimento	P (Pa)	V (m^3)	T (K)
1 (inferior)	$2{,}34\cdot 10^5$	$10{,}0\cdot 10^{-3}$	344
2 (superior)	$7{,}80\cdot 10^4$	$30{,}0\cdot 10^{-3}$	344

-Trabajo recibido por todo el aire en el cilindro

El trabajo está asociado al descenso de la masa, comentado en subproceso A, que podemos calcular de dos maneras (lo expresamos con 3 cifras significativas)

$$W=M\cdot g\cdot h=500\cdot 9{,}8\cdot 0{,}3191=1{,}56\cdot 10^3\,J$$

$$W=2\cdot m\cdot C_v\cdot (T_f-T_i)=2\cdot 0{,}02369\cdot 0{,}7165\cdot 10^3\cdot (344-298)=1{,}56\cdot 10^3\,J$$

b) Es un proceso real e irreversible, luego el aumento de entropía del universo es positivo. El aumento total de entropía del universo es la suma de variación de entropía del sistema y del exterior; calculamos la variación de entropía del sistema.

Podemos calcular la variación de entropía, como es una función de estado, podemos plantearlo como suma de subprocesos, no necesariamente los descritos en apartado anterior.

Planteamos la variación de entropía de cada compartimento por separado

$$\Delta S=\Delta S_1+\Delta S_2$$

En general para cada compartimento

$$\Delta S=\Delta S_A+\Delta S_B+\Delta S_C=m\,C_v\int\frac{dT}{T}+0+m\,C_P\int\frac{dT}{T}=m\,C_v\ln\left(\frac{T_A}{T_i}\right)+m\,C_p\ln\left(\frac{T_A}{T_B}\right)$$

Necesitamos conocer las temperaturas del estado B, usamos las ecuaciones planteadas sabiendo que las presiones en paso B y paso C final son las mismas, así que usamos presiones finales.

$$T_{1B}=2\cdot 344-T_{2B}\Rightarrow T_{1B}=688-T_{2B}$$

$$\frac{T_{1B}}{T_{2B}}=\left(\frac{7{,}80\cdot 10^4}{2{,}34\cdot 10^5}\right)^{\frac{1-1{,}402}{1{,}402}}=1{,}370\Rightarrow T_{1B}=1{,}370\,T_{2B}$$

Combinando ambas

$$688-T_{2B}=1{,}370\,T_{2B}\Rightarrow T_{2B}=\frac{688}{2{,}370}=290{,}3\,K$$

Sustituyendo en una de las otras dos para calcular T_{1B}

$$T_{1B}=688-T_{2B}=688-290{,}3=397{,}7\,K$$

Sustituyendo para cada compartimento

$$\Delta S_1=0{,}02369\cdot 0{,}7165\cdot 10^3\cdot\ln\left(\frac{344}{298}\right)+0{,}02369\cdot 1{,}0043\cdot 10^3\cdot\ln\left(\frac{344}{290{,}3}\right)=-1{,}01\,J/K$$

$$\Delta S_2=0{,}02369\cdot 0{,}7165\cdot 10^3\cdot\ln\left(\frac{344}{298}\right)+0{,}2369\cdot 1{,}0043\cdot 10^3\cdot\ln\left(\frac{344}{390{,}3}\right)=6{,}47\,J/K$$

La variación total

$$\Delta S=\Delta S_1+\Delta S_2=-1{,}01+6{,}47=5{,}46\,J/K$$

Respecto a trabajo útil, mirando en referencias sobre su significado

http://laplace.us.es/wiki/index.php/Segundo_Principio_de_la_Termodin%C3%A1mica#Trabajo_.C3.BAtil_total
al ser en este caso un sistema adiabático, el único intercambio de energía con el exterior ha sido el aporte de energía de la masa al descender, no hay trabajo útil.