

De los ejercicios de Física: 2, 4, 6 y 8: elegir tres.

6.- El agua de un lago tiene una temperatura de 0 °C. La temperatura del aire que la rodea es de -10 °C. Calcule el espesor de la capa de hielo que se ha formado al cabo de 24 horas, contadas desde el instante en que el agua empezó a helarse.

Conductividad térmica del hielo = 0,0053 cal/°K · s · cm. Densidad del hielo=0,9 g/cm³.

Calor latente de fusión del hielo = 80 cal/g.

Nota: el símbolo correcto es K, no °K

Comentado por Heisenberg, sleepylavoisier, fisiramix, quimiquilla, Basilea en
<http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=6274&p=28051#p28011>
<http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=6274&p=28051#p28040>

Tema 3: Conducción estacionaria unidimens. (I). Rafael Royo, José Miguel Corberán. Curso 2000-20001 <http://www.upv.es/upl/U0296615.pdf>

http://laplace.us.es/wiki/index.php/Crecimiento_de_una_capa_de_hielo

18.20 del libro de problemas de física de J. Aguilar y J. Casanova (capítulo 18: Calorimetría y propagación del calor, página 189)

Es problema 7 en <https://www.scribd.com/document/191376604/Problemas-Disoluciones-Cinetica>
donde se indica solución 7,98 cm

Otros problemas oposición con Ley Fourier: Cataluña 1995-2-1

Utilizamos la expresión Fourier para conductividad térmica

$$\frac{dQ}{dt} = k S \frac{\partial T}{\partial x}$$

También se puede expresar usando flujo definido como $\Phi = \frac{dQ}{dt} \Rightarrow \Phi = k S \frac{\partial T}{\partial x}$

(en este caso el flujo tiene unidades de energía por unidad de tiempo, en otras se mide por unidad de superficie y se plantea $\Phi' = \frac{dQ}{S \cdot dt} \Rightarrow \Phi' = k \frac{\partial T}{\partial x}$)

Y también usando la idea de resistencia (usando incrementos al asumir que la temperatura es constante para una distancia x dada, la transferencia es unidimensional)

$$\Phi = \frac{\Delta T}{R} \quad \text{siendo} \quad R = \frac{\Delta x}{k S} \quad \text{que también lleva a} \quad R = \frac{\Delta T}{\Phi}$$

Cualitativamente indica que el flujo es mayor cuanto mayor diferencia de temperatura y mayor cuanto menor resistencia. La resistencia cualitativamente es “causa” (diferencia temperatura) entre “efecto” (flujo de energía por unidad de tiempo), similar a $R=V/I$ en ley de Ohm. A mayor espesor mayor resistencia, a mayor conductividad y mayor superficie menor resistencia. Esto permite hacer planteamientos de resistencias serie y paralelo como en ley de Ohm, aunque no es este caso.

Planteamos para integrar qué considerar constante: tenemos que intentar expresar Q en función Δx , que vamos a llamar x (el espesor de la capa de hielo)

- ΔT : Asumimos lago muy grande/gran masa de aire: temperatura del lago y aire son constantes. Eso implica que ΔT es constante y son 10 °C.
- k: la conductividad térmica del hielo es constante
- S: la superficie de separación lago y aire es constante.
- Δx , Q, Φ : no son constantes, el espesor de la capa de hielo va variando, y por lo tanto varía la resistencia, y también el flujo, que no es constante. Pero sí podemos plantear que para un

grosor determinado x según crece dx la capa de hielo, hay un dQ y con el un $d\Phi$
Entonces integramos y queda

$$Q = m \cdot L_f \rightarrow dQ = dm \cdot L_f = \rho \cdot dV \cdot L_f = \rho \cdot S \cdot dx \cdot L_f$$

$$\frac{\rho \cdot S \cdot L_f \cdot dx}{dt} = \frac{k S \Delta T}{x} \Rightarrow x \, dx = \frac{k \Delta T}{\rho \cdot L_f} dt \Rightarrow \int_0^x x \, dx = \frac{k \Delta T}{\rho \cdot L_f} \int_0^t dt \Rightarrow \frac{x^2}{2} = \frac{k \Delta T}{\rho \cdot L_f} t \Rightarrow x = \sqrt{\frac{2 k \Delta T}{\rho \cdot L_f} t}$$

$$x = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,0053 \cdot 10}{0,9 \cdot 80} 24 \cdot 3600} = 11,28 \text{ cm}$$

Si hubiéramos considerado Φ' constante, $\Phi' = m \cdot L_f / S \cdot t = \rho \cdot S \cdot x \cdot L_f / S \cdot t = \kappa \cdot \Delta T / x$, lleva a $x = 8 \text{ cm}$