FÍSICA

1.- Una partícula de masa m se mueve bajo la acción de una fuerza central que varía con la distancia según: $F=\frac{-k}{r^2}$. Si la trayectoria es una circunferencia de radio r y el origen de energías potenciales se encuentra en el infinito, calcula:
a) la energía total de la partícula; b) su velocidad; c) el momento cinético, $\vec{L}$, de la partícula respecto al centro de la trayectoria; d) la variación del momento cinético frente al tiempo. Significado.

a y b) Asumimos que enunciado $F=\frac{-k}{r^2}$ quiere decir $\vec{F}=\frac{-k}{r^2}\vec{u}_r$
Por definición de energía potencial

$$E_p=\int_{punto}^{referencia}\vec{F}\,\vec{dl}=\int_r^{\infty}\frac{k}{r^2}dr\cos(\alpha)=\int_r^{\infty}\frac{-k}{r^2}dr=[\frac{k}{r}]_r^{\infty}=\frac{-k}{r}$$

(fuerza y desplazamiento tienen sentido opuesto, su producto escalar introduce un signo menos)
Validación física: la energía potencial es 0 en infinito (tomado como referencia) y con el signo menos menor a distancias menores, una masa "cae" hacia potenciales menores.
Enunciado pide "energía total", por lo que hay que añadir la energía cinética asociada a la trayectoria circular, que sería una "órbita"
Para que tenga una órbita estable, la fuerza central es igual a la fuerza centrípeta

$\frac{k}{r^{\cancel{2}}}=m\frac{v^2}{\cancel{r}}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{k}{mr}}$ La velocidad es constante al ser órbita circular y ser r constante.

$$E_{total}=E_p+E_c=\frac{-k}{r}+\frac{1}{2}\cancel{m}\frac{k}{\cancel{m}r}=\frac{-1}{2}\frac{k}{r}$$

c) $\vec{L}=\vec{r}\,x\,\vec{p}$ Como la trayectoria es circular, el vector momento angular (tomando como origen el centro de giro) es perpendicular al plano de la trayectoria, el vector posición y el momento lineal siempre forman 90º, y el módulo es

L=rmv= $L=rmv=rm\sqrt{\frac{k}{mr}}=\sqrt{rmk}$

d) En apartado c se ha utilizado "momento cinético" aclarando explícitamente que hace referencia a momento angular, pero se podría plantear si en este apartado momento cinético hace referencia al momento lineal o al angular; resolvemos ambos casos:
-Si se interpreta como momento lineal:
Si planteamos la ley fundamental de la dinámica con impulso lineal

$$\frac{d\vec{p}}{dt}=\vec{F}=\frac{-k}{r^2}\vec{u}_r$$

En cuanto a significado, como es una trayectoria circular centrada en el origen de fuerzas, el módulo de la fuerza es constante, y vemos que el módulo de variación del momento lineal respecto al tiempo también: no varía la velocidad, pero la dirección cambia a ritmo constante.
-Si se interpreta como momento angular:
Si planteamos la ley fundamental de la dinámica rotación

$$\frac{d\vec{L}}{dt}=\vec{M}=\vec{r}\,x\,\vec{F}=\vec{r}\,x(\frac{-k}{r^2}\vec{u}_r)=0$$

Se trata de un caso de fuerzas centrales, dado que el vector posición y el vector fuerza son paralelos, por lo que su producto vectorial es cero y el momento angular es constante.