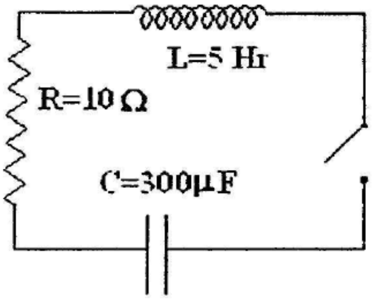
2. El condensador del circuito de la figura ha sido cargado totalmente a 200 V. Obtener la expresión de la intensidad que circulará por el circuito en función del tiempo cuando cerremos el circuito mediante interruptor, considerando despreciable la resistencia del solenoide.



>Diagrama usa como unidades "Hr" pero el símbolo del Sistema Internacional es "H"
http://www.bipm.org/en/CGPM/db/9/7/

Referencias:
http://cursos.tecmilenio.edu.mx/cursos/at8q3ozr5p/prof/ey/ey09001/anexos/explica16.htm
http://www.galileog.com/tecnologia/simulaciones/modelica_ejemplos.htm
https://analisisdecircuitos1.wordpress.com/parte-2-estado-transitorio-cap-61-a-70/capitulo-61-circuito-rlc-en-paralelo-sin-fuentes-criticamente-amortiguado/
http://www.ehu.eus/izaballa/Ecu_Dif/Transparencias/presen11-1x2.pdf#page=5

La suma de las 3 tensiones en el circuito es cero, al no haber una fuente de tensión.

$$V_C+V_R+V_L=0$$

$$\frac{Q}{C}+R\cdot i+L\cdot\frac{di}{dt}=0$$

La carga del condensador va variando con el tiempo: $i=\frac{dQ}{dt}\Rightarrow Q=\int i\,dt$

Sustituyendo y derivando

$$L\cdot\frac{di}{dt}+R\cdot i+\frac{1}{C}\int i\,dt=0$$

$$L\frac{d^2 i}{dt^2}+R\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}i=0$$

Es una ecuación diferencial de segundo orden, que se puede plantear como

$$\frac{d^2 i}{dt^2}+\frac{R}{L}\frac{di}{dt}+\frac{1}{LC}i=0$$

Aplicando técnicas de resolución de ecuaciones diferenciales (ver referencias), buscamos la solución de la ecuación

$$\lambda^2+\frac{R}{L}\lambda+\frac{1}{LC}=0\Rightarrow\lambda=\frac{\frac{-R}{L}\pm\sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2-4\cdot 1\cdot\frac{1}{LC}}}{2}=\frac{-R}{2L}\pm\sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2-\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}\right)^2}=-\alpha^2\pm\sqrt{\alpha^2-\omega^2}$$

$$\alpha=\frac{R}{2L}=\frac{10}{2\cdot 5}=1;\omega^2=\frac{1}{LC}=\frac{1}{5\cdot 300\cdot 10^{-6}}=\frac{10^4}{15}$$

$$\lambda_1=-1+\sqrt{1-\frac{10^4}{15}}=-1+\sqrt{\frac{1997}{3}}i=a+bi$$

$$\lambda_2=-1-\sqrt{1-\frac{10^4}{15}}=-1-\sqrt{\frac{1997}{3}}i=a-bi$$

$$i=e^{at}(c_1\cos(bt)+c_2 sen(bt))=e^{-t}(c_1\cos(\sqrt{\frac{1997}{3}}t)+c_2 sen(\sqrt{\frac{1997}{3}}t))$$

Validación:
http://www.wolframalpha.com/input/?i=d^2x%2Fdt^2+%2B+2+dx%2Fdt+%2B+%281e4%2F15%29+x+%3D0

Para dar valores a las constantes utilizamos las condiciones iniciales:

En t=0, i=0: $0=c_1\cdot 1+c_2\cdot 0\Rightarrow c_1=0$

De momento podemos simplificar $i=e^{-t}c_2 sen(\sqrt{\frac{1997}{3}}t)$

En t=0, v=200 V:

$$200=-L\frac{di}{dt}|_{t=0}=-5(-t\cdot e^{-t}c_2 sen(\sqrt{\frac{1997}{3}}t)+e^{-t}c_2\sqrt{\frac{1997}{3}}\cos(\sqrt{\frac{1997}{3}}t))|_{t=0}$$

$$200=-5c_2\sqrt{\frac{1997}{3}}\Rightarrow c_2=-40\sqrt{\frac{3}{1997}}$$

La expresión final es

$$i=-40\sqrt{\frac{3}{1997}}e^{-t}sen(\sqrt{\frac{1997}{3}}t)[i\,en\,A,t\,en\,s]$$

Como validación podemos representarlo y ver que es una oscilación amortiguada: un circuito LC sin pérdidas sería un oscilación indefinida, pero en un circuito RLC la resistencia disipa energía en cada oscilación.

http://www.wolframalpha.com/input/?i=-40*sqrt%283%2F1997%29*e^%28-x%29*sin%28sqrt%281997%2F3%29*x%29+for++x%3E0

Input interpretation:

plot	$-40\sqrt{\frac{3}{1997}}\,e^{-x}\sin\left(\sqrt{\frac{1997}{3}}\,x\right)$	$x = 0$ to ∞

Plots: