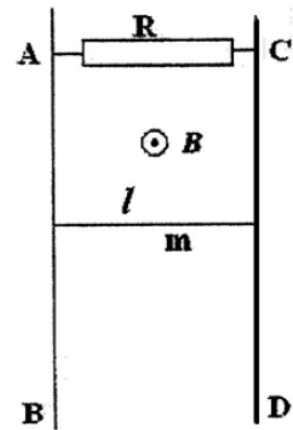


6. Entre dos varillas metálicas verticales AB y CD, unidas por una resistencia R, puede deslizarse, sin rozamiento, un conductor de longitud l y masa m . El sistema se halla dentro de un campo magnético homogéneo B dirigido perpendicularmente al plano del papel y sentido hacia fuera como indica la figura. Si se desprecia la resistencia eléctrica del propio conductor y de las varillas:



- Indica razonadamente el sentido de la corriente inducida en el conductor.
- ¿Cómo se moverá el conductor? Analiza la respuesta.
- Si el conductor se mueve hacia abajo con velocidad constante de 30 m/s y $B = 0,5 \text{ T}$, $R = 50 \Omega$, $l = 10 \text{ cm}$ y $m = 2 \text{ g}$, calcula la aceleración y la intensidad de corriente que circula por el conductor.

Comentado por oposmica en <http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4125&p=26418#p26418>

a) Como las varillas AB y CD están verticales, el conductor con masa m caerá aproximándose a BD (no se indica explícitamente que haya campo gravitatorio, asumimos el terrestre y $g=9,8 \text{ m/s}^2$) El circuito delimitado por la resistencia R, el conductor y los tramos de varillas que los unen aumenta su superficie, por lo que aumenta el flujo magnético que lo atraviesa, y según la ley de Lenz, la corriente inducida será tal que se oponga a ese aumento de flujo, por lo que crea un campo magnético inducido en sentido contrario y así el flujo disminuye. Como el B presente es hacia fuera del papel, el inducido será hacia dentro del papel, y el sentido de la corriente será el de las agujas del reloj en el dibujo.

b) El conductor cae, pero al estar dentro de un campo magnético y circular corriente por él, habrá una fuerza magnética sobre él $\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B})$. Como la corriente va hacia la izquierda en el conductor en el diagrama, la fuerza será dirigida hacia arriba y lo frenará. Como la corriente depende la variación de flujo, y éste de la velocidad, el movimiento no será uniforme, no es necesariamente un MRUA, no podemos plantear $v=v_0+at$ ni $x=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2$

Hacemos un planteamiento dinámico (tomamos eje x vertical con x positivas hacia abajo)

$$mg - IlB = ma$$

Necesitamos I , que está asociado a la fem inducida $I = \varepsilon/R$

$$\varepsilon = \int (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = vBl$$

Para calcular la fem inducida también podemos plantear

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = \dots = B \cdot S = B \cdot l \cdot x = B \cdot l \cdot (x_0 + vt) \quad |\varepsilon| = \left| \frac{-d\Phi}{dt} \right| = \left| \frac{-d}{dt} (B \cdot l \cdot (x_0 + vt)) \right| = vBl$$

Sustituyendo y separando para obtener v en función de t

$$mg - \frac{vBl}{R} lB = m \frac{dv}{dt}$$

$$dt = \frac{dv}{g - \frac{B^2 l^2}{mR} v} \Rightarrow \int_0^t dt = \int_0^v \frac{dv}{g - \frac{B^2 l^2}{mR} v}$$

$$t = \frac{-mR}{B^2 l^2} \ln \frac{g - \frac{B^2 l^2}{mR} v}{g}$$

$$v = \frac{mRg}{B^2 l^2} (1 - e^{-\frac{B^2 l^2}{mR} t})$$

Validaciones físicas: si $g=0$, $v=0$, no varía. Si $t=0$, $v=0$.

c) Enunciado indica “velocidad constante” y se pide aceleración: si se mueve con velocidad constante, la aceleración es cero

En apartado b ya se ha visto que la velocidad no es constante, varía alcanzando un valor límite. Si enunciado dice constante lo podemos asociar a la límite, y podemos usar los datos proporcionados para calcular la velocidad límite según expresión de apartado b

$$v = \frac{mRg}{B^2 l^2} = \frac{0,002 \cdot 50 \cdot 9,8}{0,5^2 \cdot 0,1^2} = 392 \text{ m/s}$$

vemos que no obtenemos el dato de velocidad proporcionado (30 m/s): en apartado b se ha asumido velocidad inicial de la varilla nula (enunciado no dice nada explícitamente), pero podría ser otro valor que hiciera llegar a otra velocidad límite.

Nos ceñimos a enunciado: sabemos que la velocidad es constante y la aceleración es cero, podemos realizar un planteamiento dinámico acotado a esa situación y resolver directamente.

Reutilizando parte del desarrollo de b) pero ahora con $a=0$

$$mg - \frac{vBl}{R}lB = 0 \Rightarrow v = \frac{mgR}{B^2 l^2} \text{ llegamos a la misma expresión que no es consistente con los datos.}$$

Numéricamente

$$0,002 \cdot 9,8 - \frac{30 \cdot 0,5^2 \cdot 0,1^2}{50} = 0,0196 - 0,0015 = 0,0181 \text{ N}$$

Vemos que la fuerza asociada al peso es mayor a la fuerza asociada a la corriente inducida, y hace falta una fuerza adicional. Enunciado nos dice corriente que circula, así que podemos asociar a que hay una corriente adicional a la inducida y esa genera una fuerza suficiente para compensar y que la aceleración sea nula.

Si lo planteamos solamente con la corriente inducida

$$I_{\text{inducida}} = \frac{V_{\text{inducido}}}{R} = \frac{vBl}{R} = \frac{30 \cdot 0,5 \cdot 0,1}{50} = 0,03 \text{ A}$$

Pero esa corriente no sería suficiente

$$\begin{aligned} mg - I_{\text{total}}lB &= 0 \Rightarrow mg - (I_{\text{inducida}} + I_{\text{adicional}})lB = 0 \\ 0,002 \cdot 9,8 - (0,03 + I_{\text{adicional}}) \cdot 0,1 \cdot 0,5 &= 0 \\ I_{\text{adicional}} &= \frac{0,002 \cdot 9,8}{0,1 \cdot 0,5} - 0,03 = 0,362 \text{ A} \end{aligned}$$

La corriente total serían 0,365 A

Se podría plantear como posible ejercicio adicional (“c-bis”) que inicialmente está cayendo a esa velocidad de 30 m/s, $v_0=30$ m/s, pero con velocidad no constante (ese valor solamente sería para $t=0$), y luego obtener aceleración en función del tiempo derivando, pero sería algo ajeno a enunciado original.