enrique@fiquipedia.es Revisado 3 marzo 2016

4. Un tubo de sección constante y de volumen 10 cm^3 contiene cierto gas perfecto. La temperatura varía linealmente a lo largo del tubo desde t_1=96 ºC hasta t_2=12 ºC, que corresponden a los extremos.
La presión es p=160 cm de mercurio.
Calcular el número de moléculas que contiene.

No son datos pero asumimos R=0,082 atm·L/K·mol y $N_A=6{,}022\cdot 10^{23}$

Utilizamos la ley de los gases ideales, considerando el tubo en secciones de longitud dx, que tienen un volumen S·dx, siendo S la sección, en el interior de cada uno de ellos podemos asumir T es cte aunque la temperatura varía a lo largo del tubo, para el que asumimos una longitud h.
Tomamos origen de longitudes en 0 para la temperatura T_1, tendremos que la temperatura varía linealmente entre T_1 y T_2

$$T=T_1+\frac{T_2-T_1}{h}\cdot x=\frac{T_1 h+(T_2-T_1)x}{h}$$

(Es una variación lineal, luego la ecuación es y=ax+b, siendo y=temperatura, x=posición
Para x=0 $y=T_1=b$*, Para x=h,* $y=T_2=ah+T_1 \rightarrow a=(T_2-T_1)/h)$

Como el tubo tiene sección constante, V=S·h, y V(x)=S·x

$$PV=nRT\Rightarrow n=\frac{P}{RT}V\Rightarrow dn=\frac{P}{RT}dV=\frac{P}{RT}Sx=\frac{PS}{R}\frac{h}{(T_1 h+(T_2-T_1)x)}dx$$

$$n=\int dn=\int_0^h\frac{PV}{R}\frac{1}{(T_1 h+(T_2-T_1)x)}dx=\frac{PV}{R}\left[\frac{1}{(T_2-T_1)}\ln(T_1 h+(T_2-T_1)x)\right]_0^h$$

$$n=\frac{PV}{R}\frac{1}{T_2-T_1}\ln\left(\frac{T_1 h+(T_2-T_1)h}{T_1 h}\right)=\frac{PV}{R}\frac{1}{T_2-T_1}\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

Validación de la expresión: si $T_1=T_2$, se tiene que obtener n=PV/RT
Se puede hacer por series de Taylor, http://www.wolframalpha.com/input/?i=lim+x+-%3E+y+1%2F%28x-y%29*ln%28x%2Fy%29
Sustituyendo los valores
T_1=273+96=369 K
T_2=273+12=285 K

$$n=\frac{\frac{160}{76}\cdot 0{,}01}{0{,}082}\frac{1}{285-369}\ln\left(\frac{285}{369}\right)=7{,}895\cdot 10^{-4}\,mol\,gas$$

El número de partículas de gas *(enunciado dice moléculas, pero podría ser un gas ideal y sería monoatómico sin que existieran moléculas)* será $7{,}895\cdot 10^{-4}\cdot 6{,}022\cdot 10^{23}=4{,}754\cdot 10^{20}\,partículas$