(Se incluye el enunciado original asociado a este problema)

PROCEDIMIENTOS SELECTIVOS PARA EL ACCESO E INGRESO EN EL CUERPO DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA. AÑO 2004

EJERCICIO PRÁCTICO CORRESPONDIENTE A LA PRIMERA PRUEBA:

…

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

Cada apartado del problema debidamente justificado y razonado con la solución correcta se calificará con los puntos indicados a continuación:

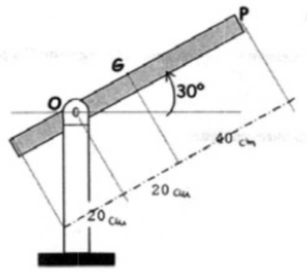
…

Problema 2.- a) 1 b) 0,75 c) 0,75

…

Cada problema se entregará en folio independiente

2.- Una barra uniforme de centro de gravedad G, como se expresa a en la figura, gira en sentido antihorario alrededor de un pasador liso O en un plano vertical. La masa de la barra es de 10 kg y en el instante mostrado tiene una velocidad angular de 8 rad/s en sentido antihorario. Calcular:



a) La aceleración angular de la barra
b) La reacción que el pasador O ejerce sobre la barra
c) La aceleración lineal del punto P de la barra.

a) Calculamos el momento de inercia de la barra respecto al eje de giro, utilizando el teorema de Steiner. Asumimos conocido y no calculamos el momento desde su centro G ó lateral P

$$I_O = I_G + M(\bar{OG})^2 = \frac{1}{12} M L^2 + M\left(\frac{L}{4}\right)^2 = \frac{4+3}{48} M L^2 = \frac{7}{48} M L^2$$

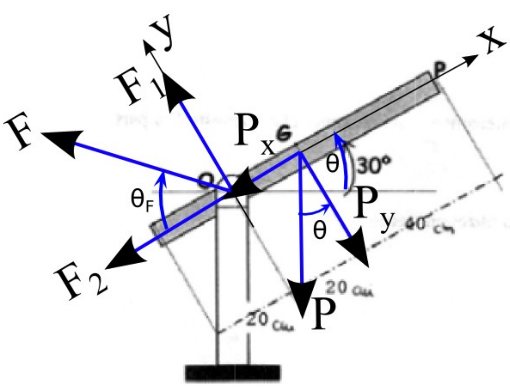
En el caso del punto lateral, el momento de inercia disminuye al acercarse a O que está más cerca del centro de gravedad.

$$I_O = I_P - M(\bar{OP})^2 = \frac{1}{3} M L^2 - M\left(L\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{16-9}{48} M L^2 = \frac{7}{48} M L^2$$

Planteamos dinámicamente, tomando momentos respecto punto O por lo que la única fuerza es el peso

$$\Sigma \vec{M} = I\vec{\alpha}$$

Elegimos sistema de referencia, tomamos convenio de signo para momento y prescindimos de vectores: M es negativo (dirigido hacia z negativas), por lo que la aceleración angular será negativa (cuadra con el sentido del ángulo 30º del diagrama; el ángulo θ tal y como se ha tomado la referencia (por cómo aparecía la flecha en el enunciado) disminuye, la velocidad angular que mide esa variación de ángulo también será negativa, gráficamente asociada a sentido horario en el diagrama que implica vector $\vec{\omega}$ dirigido hacia z negativas en diagrama, y la aceleración que mide la variación de esa velocidad, gráficamente asociada a sentido horario en el diagrama que implica vector $\vec{\alpha}$ dirigido hacia z negativas en diagrama)



Enunciado no proporciona el valor de g, por lo que utilizamos 9,8 m/s^2

$$-mg\frac{L}{4}\cos\theta=\frac{7}{48}mL^2\alpha$$

$$\alpha=\frac{-12}{7}\frac{g\cos\theta}{L}=\frac{-12}{7}\frac{9{,}8\cdot\cos(30^o)}{0{,}8}=-18{,}2\,rad/s^2$$

b) Diagrama, en el que ya asumimos signos de las fuerzas
Planteamos 2ª ley en dirección radial "x" y normal "y"; F_1 normal será positivo y F_2 radial será negativo. En estas expresiones los signos se toman del diagrama, los valores son absolutos.
Radial: $-mgsen\theta-F_2=-m\cdot a_c$
Transversal: $-mgcos\theta+F_1=-m\cdot a_t$
Calculamos por separado

$$a_c=-\omega^2R=-8^2\cdot\frac{0{,}8}{4}=-12{,}8\,m/s^2$$

$$a_t=\alpha R=-12{,}2\cdot\frac{0{,}8}{4}=-3{,}64\,m/s^2$$

El hecho de que la aceleración centrípeta sea negativa es consecuencia del sistema de referencia elegido, con x positivas dirigidas en la dirección que se aleja de la barra yendo de O a P.
La aceleración centrípeta es negativa independientemente del signo de la velocidad angular, que según el sistema de referencia elegido sería positiva ya que enunciado nos dice que es en sentido antihorario.
Sustituyendo:

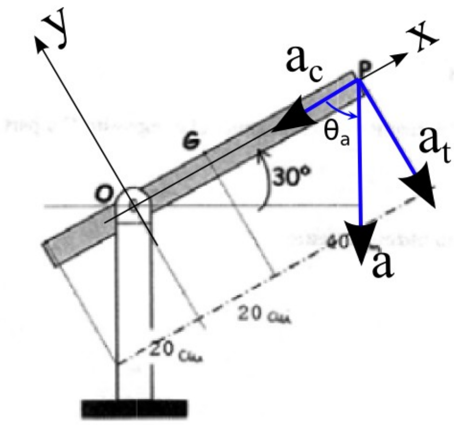
$$F_2=10\cdot 12{,}8-10\cdot 9{,}8\cdot sen(30^o)=79\,N$$

$$F_1=-10\cdot 3{,}64+10\cdot 9{,}8\cdot\cos(30^o)=48{,}5\,N$$

$$|F|=\sqrt{F_1^2+F_2^2}=\sqrt{79^2+48{,}5^2}=92{,}7\,N$$

El ángulo que formaría F con el eje de la barra tomado como eje x (medido en el sentido de las agujas del reloj desde F_2) sería

$\theta_F=arctg(\frac{45}{79})=31{,}5^o$, por lo que con la horizontal del plano del soporte serían 1,5º



$$a_t(P)=\alpha R(P)=-18{,}2\cdot 0{,}6=-10{,}9\,m/s^2$$

c) $a_n(P)=-\omega^2R(P)=-8^2\cdot 0{,}6=-38{,}4\,m/s^2$

$$a=\sqrt{a_t^2+a_n^2}=\sqrt{10{,}9^2+38{,}4^2}=39{,}9\,m/s^2$$

El ángulo que formaría la aceleración total con el eje de la barra tomado como eje x (medido en el sentido contrario a las agujas del reloj) sería

$$\theta_a=arctg(\frac{10{,}9}{38{,}4})=15{,}8^o$$