5. La vida media propia de los muones es aproximadamente 2.10^{-6} s. Supóngase que una gran cantidad de muones producidos a cierta altura de la atmósfera se mueven hacia abajo a una velocidad v=0,99c. El número de colisiones en la atmósfera durante el descenso es pequeño. Si alcanza el suelo el 1% de los que había a una altura h, calcular:
a.- El valor de la altura
b.- La energía cinética de los muones.
La masa del muón es aproximadamente 200 veces la masa del electrón.
Datos: $c=3'00.10^{8}$ m/s, $m_e=9'11.10^{-31}$ kg

Comentario: enunciado original usa ' como separador decimal, pero no se debe utilizar http://www.fiquipedia.es/home/recursos/recursos-notacion-cientifica/Separador%20decimal.pdf

Referencias:
http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/particles/muonatm.html
http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/relativ/muon.html#c1 En versión española http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/relativ/muon.html#c1 se traduce original inglés "half-life" por vida media, cuando debería usar "periodo de semidesintegración". El dato de vida media suministrada en este enunciado es vida promedio (mean lifetime)
https://en.wikipedia.org/wiki/Muon#cite_note-PDG2012-1
En http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/relativ/muon.html#c6 existe la opción de variar parámetros y realizar cálculos.

a) Como alcanza el suelo el 1% es que se ha desintegrado el 99%, usando la ley de desintegración y el dato de vida media (usamos dato como vida promedio) calculamos el tiempo transcurrido

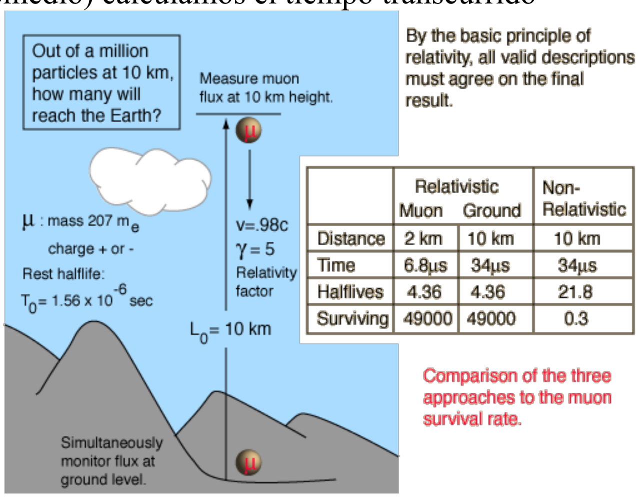
$$N=N_0\cdot e^{\frac{-t}{\tau}}$$

$$0{,}01=e^{\frac{-t}{2\cdot 10^{-6}}}$$

$$t=-2\cdot 10^{-6}\cdot \ln(0{,}01)=9{,}21\cdot 10^{-6}s$$

Durante ese tiempo, llevando un MRU con v=0,99c han recorrido $x=0{,}99\cdot 3\cdot 10^{8}\cdot 9{,}21\cdot 10^{-6}=2735$ m

Pero esos valores están medidos desde el sistema de referencia propio de los muones; necesitamos dar el dato de distancia medida desde un sistema de referencia externo a los muones. Al ser velocidades relativistas los tiempos y distancias dependen del observador; para los muones la distancia se contrae, por lo que la distancia es



http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/relativ/muon.html#c4

$$L_{muón}=\frac{L_{Tierra}}{\gamma}\qquad \gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}=\frac{1}{\sqrt{1-0{,}99^2}}=7{,}09\qquad L_{Tierra}=\gamma\, L_{muón}=7{,}09\cdot 2735=19391\,m$$

b) Con velocidades relativistas la energía cinética no tiene la expresión clásica.
De manera general la energía relativista total es $E^2=p^2c^2+(m_0c^2)^2$, siendo la energía cinética la diferencia entre la energía total y la energía en reposo, que es $E=m_0c^2$. Para partículas con masa se puede plantear que $p=\gamma m_0 v$ lo que lleva a la expresión $E=\gamma m_0 c^2$ y $E_c=(\gamma-1)m_0c^2$

Se puede deducir $E^2=(\gamma^2\beta^2+1)(m_0c^2)^2\Rightarrow E^2=(\frac{\beta^2}{1-\beta^2}+1)(m_0c^2)^2\Rightarrow E=\sqrt{\frac{1}{1-\beta^2}}m_0c^2$

Para el muón en este caso $E_c=(7{,}09-1)200\cdot 9{,}11\cdot 10^{-31}(3\cdot 10^{8})^2=9{,}985\cdot 10^{-11}J$