Prueba práctica de Física.

Se valorará tanto el planteamiento y justificación como el desarrollo operativo.

4. Un chorro de electrones de energía 250 eV incide sobre la superficie de una lámina de platino, formando un ángulo de 30º con la normal a aquella. La variación energética de un electrón que penetra en el metal es de 12 eV. Calcúlese:

a) El índice de refracción del platino para electrones de la energía considerada.

b) La velocidad en el metal de las ondas asociadas, y la velocidad real de los electrones.

(Datos: masa electrón = $9{,}1\cdot10^{-31}$ kg; carga electrón=$1{,}6\cdot10^{-19}$ C.)

Se indica 12 eV de variación energía: es pérdida de energía, los electrones pierden y van más despacio.

a) 1º Comprobamos que no es velocidad relativista, solamente Ec, para ver v

$$E_c=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow v=\sqrt{\frac{2E}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot1{,}6\cdot10^{-19}\cdot250}{9{,}1\cdot10^{-31}}}=9{,}376\cdot10^6\,m/s \qquad \beta=\frac{v}{c}=0{,}03<\frac{1}{10}\,ok\,,clásico$$

El índice de refracción por definición es n=c/v, en este caso podemos plantear que es la relación entre velocidades den los dos medios (en el aire la velocidad es c, luego n_a=1), por lo que relacionamos velocidades con energías asumiendo energías no relativistas (son pocos eV de energía),

$$\frac{E_{aire}}{E_{platino}}=\frac{\frac{1}{2}mv_a^2}{\frac{1}{2}mv_{Pt}^2}=\frac{v_a^2}{v_{Pt}^2}=\frac{\frac{c^2}{n_a^2}}{\frac{c^2}{n_{Pt}^2}}=\frac{n_{Pt}^2}{n_a^2}=n_{Pt}^2\Rightarrow n_{Pt}=\sqrt{\frac{E_{aire}}{E_{platino}}}=\sqrt{\frac{250}{250-12}}=1{,}025$$

b) Enunciado indica “ondas asociadas”, pero la velocidad de la onda asociada a cada electrón del chorro es la misma que la velocidad del electrón, ya que si no fuese así existirían problemas sobre la localización espacial del mismo.

De la energía cinética del platino podemos calcular la velocidad en el platino, que es menor

$$v=\sqrt{\frac{2E_c}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot(250-12)\cdot1{,}6\cdot10^{-19}}{9{,}1\cdot10^{-31}}}=9{,}15\cdot10^6\,m/s$$

También podríamos haber hecho $v_{Pt}=v_{aire}/n=9{,}376\cdot10^6/1{,}025=9{,}15\cdot10^6$ m/s

Usamos velocidad de fase, que es la velocidad de propagación de la onda, y para la onda usamos la longitud de onda de De Broglie

$$v_{onda}=\lambda\cdot f\Rightarrow \begin{matrix}\lambda_{De\,Broglie}=\frac{h}{p}(De\,Broglie)\\ f=\frac{E}{h}(Planck)\end{matrix}\Rightarrow v_{onda}=\frac{h}{p}\cdot\frac{E}{h}=\frac{E}{p}=\frac{\frac{1}{2}mv^2}{mv}=\frac{v}{2}$$

Además de la velocidad de fase está la velocidad de grupo de ondas, v_g=dω/dk. Es imposible que grupo de onda se desplace a velocidad distinta de partícula a la que representa.

En ciertas situaciones v_{grupo} puede ser mayor que c, pero no si la onda representa a una partícula.

https://es.wikipedia.org/wiki/Velocidad_de_grupo

https://es.wikipedia.org/wiki/Velocidad_de_fase

$$v_g=\frac{d\omega}{dk}=\frac{\partial E/h}{\partial p/h}=\frac{\partial E}{\partial p}\quad \textit{Si la partícula no es relativista}\quad \frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{1}{2}\frac{p^2}{m}\right)=\frac{p}{m}=v$$

Nota: el dato del enunciado de 30º no se usa para nada.