

PARA LA INTEGRACIÓN POR PRIMERA VEZ EN LAS LISTAS DE ESPERA, se necesita el siguiente requisito:

- Obtener en la citada prueba una puntuación igual o superior a cinco
- O bien, obtener en el ejercicio 1 (1A y 1B) una puntuación igual o superior a cinco

1B.- Una esfera maciza y homogénea y un cilindro también macizo y homogéneo, ruedan, sin deslizar, por un plano inclinado de 10 m de longitud. Supuesto que ambos objetos hayan iniciado simultáneamente su movimiento desde el punto más elevado del plano ¿cuál llegará antes? Calcúlese qué distancia habrá recorrido uno de ellos cuando el otro llegue al final del plano. Despréciase el rozamiento de rodadura.

Parece ser que este problema se puso también en Agregados 1973 y Agregados 1989

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/solido/plano_inclinado/plano_inclinado.htm

Llamamos h a la altura del plano inclinado.

Planteamos conservación energía:

$$\Delta E_m = 0 \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$

Planteamos condición de rodadura $v_{CM} = \omega \cdot R$

$$\frac{1}{2} m v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I \frac{v_{CM}^2}{R^2} = m \cdot g \cdot h$$

Los momentos de inercia son: cilindro $I = \frac{1}{2} m R^2$, esfera $I = \frac{2}{5} m R^2$

Asumimos que la masa de esfera y de cilindro son iguales, y que los radios son iguales (no se indica explícitamente)

$$\frac{1}{2} m v_{CM\text{cilindro}}^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{2} m R^2 \frac{v_{CM\text{cilindro}}^2}{R^2} = m \cdot g \cdot h$$

$$\frac{1}{2} m v_{CM\text{esfera}}^2 + \frac{1}{2} \frac{2}{5} m R^2 \frac{v_{CM\text{esfera}}^2}{R^2} = m \cdot g \cdot h$$

Igualando

$$v_{CM\text{cilindro}}^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) = v_{CM\text{esfera}}^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{5} \right)$$

$$v_{CM\text{cilindro}}^2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{7}{10} v_{CM\text{esfera}}^2 = \frac{14}{15} v_{CM\text{esfera}}^2$$

La esfera llega con más velocidad.

Para calcular la distancia recorrida planteamos por dinámica para calcular la aceleración: el movimiento del centro de masas un MRUA

$$m \cdot g \cdot \text{sen}(\theta) - F_r = m \cdot a_{CM}$$

La fuerza de rozamiento es la que produce rodadura

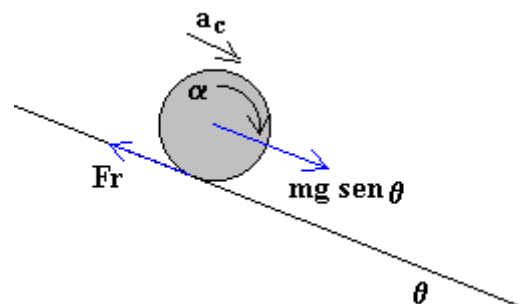
$$M = F_r \cdot R = I \cdot \alpha \Rightarrow F_r = I \cdot \frac{\alpha}{R}$$

Condición de rodadura $a_{CM} = \alpha \cdot R$

Combinamos

$$m \cdot g \cdot \text{sen}(\theta) = I \frac{a_{CM}}{R} + m \cdot a_{CM}$$

Planteamos para cilindro y esfera con sus momentos de inercia



Física con ordenador, Ángel Franco

$$m \cdot g \cdot \sin(\theta) = \frac{1}{2} m R^2 \frac{a_{CM}}{R^2} + m \cdot a_{CM \text{ cilindro}} \Rightarrow a_{CM \text{ cilindro}} = \frac{2}{3} g \cdot \sin(\theta)$$

$$m \cdot g \cdot \sin(\theta) = \frac{2}{5} m R^2 \frac{a_{CM}}{R^2} + m \cdot a_{CM \text{ esfera}} \Rightarrow a_{CM \text{ esfera}} = \frac{5}{7} g \cdot \sin(\theta)$$

Como sabemos que la esfera llega antes, calculamos el tiempo que tarda al ser MRUA

$$s_{total} = \frac{1}{2} a_{CM \text{ esfera}} t_{esfera}^2 \Rightarrow t_{esfera} = \sqrt{\frac{2 s_{total}}{\frac{5}{7} g \cdot \sin(\theta)}}$$

Con ese tiempo calculamos lo que ha recorrido el cilindro

$$s = \frac{1}{2} a_{CM \text{ cilindro}} t_{esfera}^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} g \cdot \sin(\theta) \cdot \frac{2 s_{total}}{\frac{5}{7} g \cdot \sin(\theta)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{5} \cdot 2 \cdot 10 = \frac{140}{15} = \frac{28}{3} = 9,33 \text{ m}$$

Enunciado no dice explícitamente una distancia, dice “distancia habrá recorrido uno de ellos cuando el otro llegue al final del plano”, luego también tenemos que calcular la distancia recorrida por la esfera cuando el cilindro llega, que será más de los 10 m.

De manera análoga, cuando el cilindro llega a los 10 m, la esfera distancia recorrida por la esfera es

$$s = \frac{1}{2} a_{CM \text{ esfera}} t_{cilindro}^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{7} g \cdot \sin(\theta) \cdot \frac{2 s_{total}}{\frac{2}{3} g \cdot \sin(\theta)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{3}{2} \cdot 2 \cdot 10 = \frac{300}{28} = 10,71 \text{ m}$$