



## PROCEDIMIENTOS SELECTIVOS PARA EL ACCESO E INGRESO EN EL CUERPO DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA. AÑO 2002

### PROBLEMAS Y CUESTIONES RELACIONADOS CON LA PARTE "A" DEL TEMARIO.

...

#### CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

Cada apartado del problema debidamente justificado y razonado con la solución correcta se calificará con los puntos indicados a continuación:

...

Problema 1: 2 puntos

**1.- Una bomba hidráulica de 400 W de potencia útil es capaz de extraer el líquido contenido en un depósito de forma semiesférica en 2 minutos. Determinar la densidad del líquido sabiendo que el radio de la semiesfera es de 1,5 m. Considerar  $g=10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$**

Tomamos referencia: eje z en el eje de la semiesfera,  $z=0$  en la parte superior del depósito, y valores de z positivos hacia arriba. Se incluyen dos planteamientos alternativos, con mismo resultado

A. Considerar el trabajo mecánico total que realiza la bomba como la suma de todos los trabajos infinitesimales para subir a la superficie cada diferencial de masa

Consideramos como diferencial de masa una sección circular de altura dz, que tendrá un volumen

$$dv = S \cdot dz = \pi r^2 dz \quad \text{y una masa} \quad dm = dv \rho$$

El diferencial de trabajo para subir cada diferencial desde una altura -z hasta 0 será

$$dW = dm \cdot g \cdot z = g \pi r^2 \rho z dz$$

Por trigonometría  $R^2 = z^2 + r^2 \Rightarrow r^2 = R^2 - z^2$

El trabajo total que realiza la bomba será

$$W = \int_0^R dW = \int_0^R g \pi (R^2 - z^2) z \rho dz = \pi g \rho \int_0^R (R^2 z - z^3) dz$$

$$W = \pi g \rho \left[ R^2 \frac{z^2}{2} - \frac{z^4}{4} \right]_0^R = \pi g \rho \left[ \frac{R^4}{2} - \frac{R^4}{4} \right] = \frac{\pi}{4} g \rho R^4$$

Usando la definición de potencia,  $W = P \cdot t$  e igualando

$$400 \cdot 2 \cdot 60 = \frac{\pi}{4} \cdot 10 \cdot \rho \cdot 1,5^4 \Rightarrow \rho = \frac{4 \cdot 400 \cdot 2 \cdot 60}{\pi \cdot 10 \cdot 1,5^4} = 1207 \text{ kg/m}^3$$

B. Calcular el centro de masas de la masa de agua, asumir que pasa a ser una masa puntual, y calcular el trabajo asociado a subirla al borde del recipiente.

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\int_V \vec{r} dm}{M} \quad \text{por simetría, } x_{CM}=0, y_{CM}=0$$

$$z_{CM} = \frac{\int_{-R}^0 z dm}{M} = \frac{\int_{-R}^0 z \rho \pi r^2 dz}{\rho \frac{1}{2} \frac{4}{3} \pi R^3} \quad \text{Por geometría } r^2 = R^2 - z^2$$

$$z_{CM} = \int_{-R}^0 z \rho \frac{3}{2R^3} (R^2 - z^2) z dz = \frac{3}{2R^3} \left[ R^2 \frac{z^2}{2} - \frac{z^4}{4} \right]_{-R}^0 = \frac{3}{2R^3} \left[ \frac{-R^4}{2} + \frac{R^4}{4} \right] = \frac{3}{2R^3} R^4 \left( \frac{-1}{4} \right) = \frac{-3}{8} R$$

$$W = mgh = \frac{1}{2} \frac{4}{3} \pi R^3 \rho g \frac{3}{8} R = \frac{\pi \rho g R^4}{4}$$

$$W = Pt \frac{\pi \rho g R^4}{4} \Rightarrow \rho = \frac{4 Pt}{\pi g R^4} = \frac{4 \cdot 400 \cdot 2 \cdot 60}{\pi \cdot 10 \cdot 1,5^4} = 1207 \text{ kg/m}^3$$