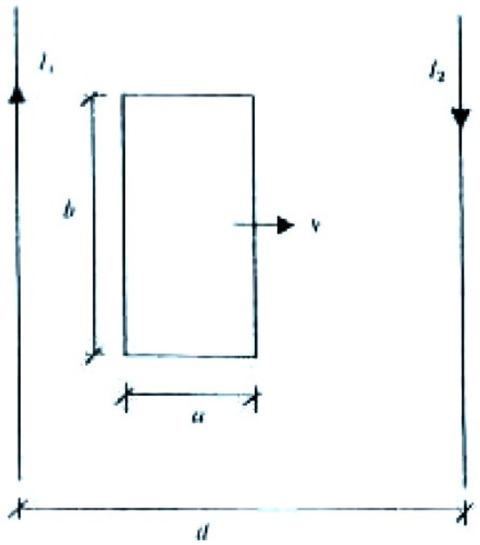
enrique@fiquipedia.es Revisado 1 febrero 2016

OPOSICIONS AL COS DE PROFESSORS D'ENSENYEMENT SECUNDARI
JULIOL 2001
FÍSICA Y QUÍMICA

PROVA PRÁCTICA
FÍSICA
2. Una espira rectangular de costats a=10 cm i b=20 cm es mou amb velocitat constant de valor $v=2\ m\cdot s^{-1}$, entre dos corrents rectilinis, paral·leles i indefinides de intensitats $I_1=10$ A i $I_2=20$ A, separades entre si una distància d=8 m, tal com es representa en la figura adjunta.
Inicialment, l'espira es troba al costat de la linia de corrent de intensitat I_1, sense fer contacte metàl-lic amb ella. Sabent, amés, que la permeabilitat magnética del buit és $\mu_0=4\cdot\pi\cdot10^{-7}\ N\cdot A^{-2}$, calcule:
a) Expresió del flux magnétic que travessa l'espira en funció del temps, t
b) El valor de la força electromotriu induïda, transcorreguts 3 segons.



2. Una espira rectangular de lados a = 10 cm y = 20 cm se mueve con velocidad constante de valor $v = 2\ m\cdot s^{-1}$, entre dos corrientes rectilíneas, paralelas e indefinidas de intensidades $I_1 = 10$ A e $I_2 = 20$ A , separadas entre sí una distancia d = 8 m, tal como se representa en la figura adjunta.
Inicialmente, la espira se encuentra junto a la línea de corriente de intensidad I_1, sin hacer contacto metálico con ella. Sabiendo, además, que la permeabilidad magnética del vacío es $\mu_0= 4\cdot\pi\cdot10^{-7}\ N\ A^{-2}$, calcule:
a) Expresión del flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo, t
b) El valor de la fuerza electromotriz inducida, transcurridos 3 segundos.

Comentario: se tiene una “solución oficial original” (quizá la que se pasó a los tribunales) que indica qué puntuación se le da a cada parte de la respuesta.

a) El flujo que atraviesa la espira será la suma de flujo asociado al campo creado por la corriente I_1, I_2; los calculamos por separado y luego sumamos aplicando el principio de superposición.
Se podría pensar también en el flujo asociado al que genera la corriente inducida en la espira, pero eso implica conocer la corriente inducida, y como obtenemos tensión inducida a partir de flujos, es necesario aplicar la ley de Ohm y conocer la resistencia, dato que no se proporciona, por lo que no se está pidiendo.

Tomamos sistema de referencia: eje x horizontal, con origen en conductor I_1, y el eje y vertical en la dirección y sentido de I_1. El flujo en el sentido del eje z lo tomamos positivo.

El flujo asociado a la corriente I_1 será

$$\Phi_1=\int \vec{B}_1\cdot\vec{ds}=-\int_x^{x+a}\frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}b\,dx=\frac{-\mu_0 b I_1}{2\pi}\ln\left(\frac{x+a}{x}\right)=\frac{-\mu_0 b I_1}{2\pi}\ln\left(1+\frac{a}{x}\right)$$

Tenemos x=v·t (inicialmente t=0, x=0 y el campo y el flujo serían infinitos)

$$\Phi_1=\frac{-\mu_0 b I_1}{2\pi}\ln\left(1+\frac{a}{vt}\right)=\frac{-4\pi 10^{-7}\cdot 0{,}2\cdot 10}{2\pi}\ln\left(1+\frac{0{,}1}{2t}\right)=-4\cdot 10^{-7}\ln\left(1+\frac{0{,}05}{t}\right)$$

El flujo asociado a la corriente I_2 depende de si la espira se está acercando, cruzando, o alejando del conductor: asumimos como en el primer caso que no hay contacto metálico, y como enunciado indica "entre dos corrientes", nos limitamos al caso en el que se está acercando, lo que supone hasta que llegue el extremo derecho de la espira al conductor I_2

t=e/v=(8-0,1)/2=3,95 s

Es consistente con que en apartado b nos pidan el valor para un instante de tiempo entre 0 y 3,95 s.

La expresión para el flujo es la misma, mismo signo, ahora I=20 A y además ahora x=-d+vt

$$\Phi_2=\frac{-\mu_0 b I_2}{2\pi}\ln\left(1+\frac{a}{-d+vt}\right)=\frac{-4\pi 10^{-7}\cdot 0{,}2\cdot 20}{2\pi}\ln\left(1+\frac{0{,}1}{-8+2t}\right)=-8\cdot 10^{-7}\ln\left(1+\frac{0{,}1}{2t-8}\right)$$

Se puede ver que para t=3,95 s se tiene ln(1-1) y surge también un flujo infinito.

El flujo suma de ambos conductores es

$$\Phi_{total}=\Phi_1+\Phi_2=-4\cdot 10^{-7}\left(\ln\left(1+\frac{0{,}05}{t}\right)-2\ln\left(1+\frac{0{,}1}{2t-8}\right)\right)=-4\cdot 10^{-7}\ln\left(\frac{t+0{,}05}{t}\cdot\frac{(2t-8)^2}{(2t-7{,}9)^2}\right)$$

$$\Phi_{total}=-4\cdot 10^{-7}\ln\left(\frac{(t+0{,}05)\cdot(4t^2-32t+64)}{t(4t^2-31{,}6t+62{,}41)}\right)=-4\cdot 10^{-7}\ln\left(\frac{4t^3-31{,}8t^2+62{,}4t+3{,}2}{4t^3-31{,}6t^2+62{,}41t}\right)[Wb, t\,en\,s]$$

En esta expresión sigue habiendo indeterminación para t=0 s y para t=3,95 s.

b) Utilizando la ley de Faraday/Lenz

Para la derivación utilizamos la expresión inicial como suma de logaritmos

$$\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=-4\cdot 10^{-7}\left(\frac{t}{t+0{,}05}\left(\frac{-0{,}05}{t^2}\right)-2\cdot\frac{2t-8}{2t-7{,}9}\left(\frac{-0{,}1}{(2t-8)^2}\cdot 2\right)\right)$$

Sustituyendo para t=3 s,

$$\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=-4\cdot 10^{-7}\left(\frac{3}{3+0{,}05}\left(\frac{-0{,}05}{2\cdot 3^2}\right)-2\cdot\frac{2\cdot 3-8}{2\cdot 3-7{,}9}\left(\frac{-0{,}1}{2\cdot(2\cdot 3-8)^2}\cdot 2\right)\right)=-3{,}99\cdot 10^{-8}\,V$$