



2001-C2. Dos conductors esfèrics de radi a i b ($a < b$), separats per una capa esfèrica aïllant que, a tots els efects, es pot considerar que té $\epsilon = \epsilon_0$, estan carregats respectivament amb càrreges elèctriques Q i $-Q$.

- Determineu la diferència de potencial entre els dos conductors.
- Calculeu la capacitat del condensador així format.
- Determineu l'energia del condensador carregat amb la càrrega Q , i expresseu-la, com a mínim, amb dues unitats d'energia diferents.

Dades específiques: $b = 2a = 20$ cm; $Q =$ càrrega d'1 mol de protons

2001-C2. Dos conductores esféricos de radios a y b ($a < b$), separados por una capa esférica aislante que, a todos los efectos, se puede considerar que tiene $\epsilon = \epsilon_0$, están cargados respectivamente con carga eléctrica Q y $-Q$.

- Determinar la diferencia de potencial entre los dos conductores.
- Calcular la capacidad del condensador así formado.
- Determinar la energía del condensador cargado con la carga Q , y expresarla, como mínimo, con dos unidades de energía diferentes.

Datos específicos: $b = 2a = 20$ cm; $Q =$ carga de 1 mol de protones

Referencias:

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/electromagnet/campo_electrico/esfera1/esfera1.htm

http://laplace.us.es/wiki/index.php/Condensador_esf%C3%A9rico

<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/electric/capeng.html#c1>

a) Para calcular la diferencia de potencial calculamos el potencial de una esfera cargada respecto a una posición infinitamente alejada, en la que tomamos referencia con potencial 0. Utilizando el teorema de Gauss, el campo en el exterior de una esfera cargada con carga Q es equivalente al campo creado por una carga puntual Q situada en el centro de la esfera. El potencial en un punto externo también tiene la misma expresión que para una carga puntual.

La diferencia de potencial entre las placas será

$$\Delta V = V(a) - V(b) = K \frac{Q}{a} - K \frac{(-Q)}{b} = KQ \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) = 9 \cdot 10^9 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 6,022 \cdot 10^{23}) \left(\frac{1}{0,1} + \frac{1}{0,2} \right)$$
$$\Delta V = 1,3 \cdot 10^{16} \text{ V}$$

La diferencia de potencial es positiva restando al potencial esfera de radio a (interior y con carga positiva) el potencial de la esfera b (exterior y con carga negativa)

b)
$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{KQ \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)} = \frac{ab}{K(a+b)} = \frac{0,1 \cdot 0,2}{9 \cdot 10^9 (0,1 + 0,2)} = 7,4 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 7,4 \text{ pF}$$

c) La expresión de la energía almacenada en un condensador es $U = \frac{1}{2} C V^2$, expresión que

$$U = QV \Rightarrow dU = V dQ = \frac{Q}{C} dQ$$

podemos deducir

$$U = \int_0^Q \frac{Q}{C} dQ = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} V Q = \frac{1}{2} C V^2$$

$$U = \frac{1}{2} 7,4 \cdot 10^{12} \cdot (1,3 \cdot 10^{16})^2 = 6,253 \cdot 10^{20} \text{ J}$$

Otras unidades de energía podrían ser: cal, kWh, eV, atm·L

$$U = 6,253 \cdot 10^{20} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 3,9 \cdot 10^{39} \text{ eV} \quad U = 6,253 \cdot 10^{20} \cdot \frac{1 \text{ cal}}{4,18 \text{ J}} = 1,5 \cdot 10^{20} \text{ cal}$$