



B1. Un cos d'1 kg de massa i dimensions petites està unit a una molla de massa negligible que té una longitud natural de 48 cm i una constant elàstica de 980 N/m. Fem girar la molla i el cos que sosté, con un pèndol cònic, a una freqüència de 60 rpm, mantenint fix l'extrem que no és unit al cos.

- Determineu l'allargament de la molla i l'angle que forma l'eix de rotació del sistema amb la direcció de la molla quant està rodant.
- Prenent com origen (o zero) d'energia potencial gravitatoria el pla horitzontal que conté el punt fix de la molla, calculeu l'energia mecànica total del sistema.
- Indiqueu qualitativament com canviarien els resultats anteriors (si és que canviaven) en el cas que l'interval d'elasticitat de la molla fos de 15 cm.

*B1. Un cuerpo de 1 kg de masa y dimensiones pequeñas está unido a un muelle de masa despreciable que tiene una longitud natural de 48 cm y una constante elástica de 980 N/m. Hacemos girar el muelle y el cuerpo que sostiene, como un péndulo cónico, a una frecuencia de 60 rpm, manteniendo fijo el extremo que no está unido al cuerpo.*

- Determine el alargamiento del muelle y el ángulo que forma el eje de rotación del sistema con la dirección del muelle cuánto está girando.
- Tomando como origen (o cero) de energía potencial gravitatoria el plano horizontal que contiene el punto fijo del muelle, calcular la energía mecánica total del sistema.
- Indicar cualitativamente como cambiarían los resultados anteriores (si es que cambian) en caso de que el intervalo de elasticidad del muelle fuera de 15 cm.

Problema similar a Cataluña 1999-3-1

Referencias:

[http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/examenes/dinamica/dinamica\\_18/dinamica\\_18.htm](http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/examenes/dinamica/dinamica_18/dinamica_18.htm)

(Incluso coinciden algunos datos: 48 cm, 60 rpm, 1 kg)

a) Realizamos un diagrama de fuerzas sobre el cuerpo, y llamamos  $\theta$  al ángulo que forma el muelle con el eje del cono. Tomamos eje y vertical y eje x horizontal, y planteamos 2ª ley de Newton en cada eje

$$\text{Eje y: } F_{my} - P = 0 \Rightarrow k \Delta l \cdot \cos(\theta) = mg$$

$$\text{Eje x: } F_{mx} = m a_n \Rightarrow k \Delta l \cdot \sin(\theta) = m \omega^2 R$$

$$\text{Cuando está girando, } R = (L + \Delta l) \sin(\theta)$$

$$k \Delta l \cdot \sin(\theta) = m \omega^2 (L + \Delta l) \cdot \sin(\theta)$$

Despejamos el alargamiento y usamos la velocidad angular en rad/s (60 rpm suponen 1 vuelta por segundo, que son  $2\pi$  rad/s)

$$\Delta l = \frac{m \omega^2 L}{k - m \omega^2} = \frac{1 \cdot (2\pi)^2 \cdot 0,48}{980 - 1 \cdot (2\pi)^2} = 0,02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

$$\theta = \arccos\left(\frac{mg}{k \Delta l}\right) = \arccos\left(\frac{1 \cdot 9,8}{980 \cdot 0,02}\right) = 60^\circ$$

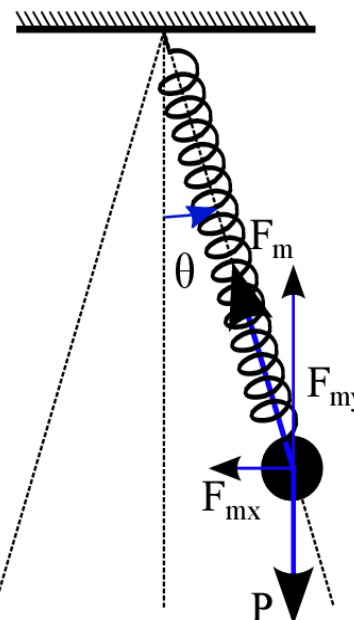
b) La energía mecánica en este caso es la suma de 3 términos: la potencial gravitatoria, la cinética, y la potencial elástica.

Energía potencial gravitatoria: si la referencia para la energía potencial está en el punto fijo superior del muelle, la masa siempre está a una altura igual

$$h = -(L + \Delta l) \cos(\theta) = -(0,48 + 0,02) \cos(60^\circ) = -0,25 \text{ m}$$

$$E_{pg} = mgh = 1 \cdot 9,8 \cdot (-0,25) = -2,45 \text{ J}$$

El radio de giro es  $R = (L + \Delta l) \sin(\theta) = (0,48 + 0,02) \sin(60^\circ) = 0,5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ m}$





Energía cinética:  $E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (\omega R)^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \left(2\pi \frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2 = \frac{1}{2} 4\pi^2 \frac{3}{16} = \frac{3}{8} \pi^2 \approx 3,7 J$

Energía potencial elástica:  $E_{pe} = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} 980 (0,02)^2 = 0,196 J$

Energía mecánica total:  $E_m = E_p + E_c = -2,45 + 3,7 + 0,196 = 1,446 J$

c) Si el intervalo de elasticidad fuera de 15 cm, implica que mientras que el alargamiento sea inferior a 15 cm el muelle se comporta de forma elástica y se cumple la ley de Hooke. Como el alargamiento es inferior, no hay variación en los resultados, ya que hemos asumido que el muelle era elástico en su intervalo de alargamiento.

En caso de que el muelle se alargase más allá de su intervalo de elasticidad, podría producirse una rotura.