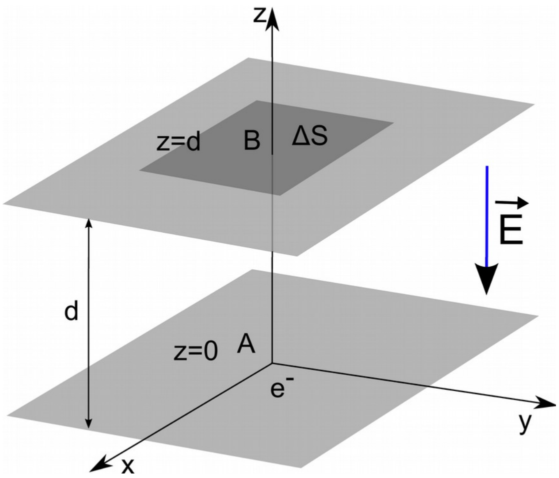
FÍSICA

3.- Se considera un condensador formado por dos placas planas y paralelas entre sí, A y B. La placa A en el plano (x,y) con z=0. La placa B está en el plano z=d. Entre ambas placas hay un campo eléctrico constante E, perpendicular a ellas.
Desde el punto (0,0) en t=0 de la placa A sale emitido un electrón con velocidad despreciable, el cual, bajo el efecto del campo E, llega a la placa B, dentro de una pequeña región ΔS.
Estímese el orden de magnitud de ΔS.
Nota: Cabe esperar que los efectos cuánticos sean pequeños pero no despreciables y por tanto se puede aceptar que la incertidumbre de p_x(Δp_x) y de x_0 (Δx_0) e y_0 (Δy_0) - punto de la placa B - sean del mismo orden de magnitud que los valores absolutos de las correspondientes variables.
Es decir $\Delta p_x \approx |p_x|; \Delta x_0 \approx |x_0|; \Delta y_0 \approx |y_0|$



La región tendrá un tamaño $\Delta S = \Delta x \cdot \Delta y$
Planteamos el principio de incertidumbre de Heisenberg en x e y, no como desigualdad sino considerando que los efectos son pequeños pero no despreciables.

$$\Delta x \Delta p_x \approx \frac{\hbar}{2} \Rightarrow \Delta x \approx \frac{\hbar}{2 \Delta p_x}$$

$$\Delta y \Delta p_y \approx \frac{\hbar}{2} \Rightarrow \Delta y \approx \frac{\hbar}{2 \Delta p_y}$$

$$\Delta S = \Delta x \cdot \Delta y \approx \frac{\hbar^2}{4 \cdot \Delta p_x \cdot \Delta p_y}$$

Con aproximación del enunciado

$$\Delta S \approx \frac{\hbar^2}{4 \cdot p_x \cdot p_y}$$

Asumimos equipartición de la energía

$$p_x^2 = p_y^2 = p_z^2 = \frac{1}{3} p^2$$

Sustituyendo $\Delta S \approx \frac{\hbar^2}{4 \cdot (1/3) p^2}$

El momento lineal del electrón lo podemos relacionar con su energía cinética, y ésta a su vez con la diferencia de tensión entre placas del condensador, que a su vez depende de E y d, en enunciado.

Si asumimos velocidades no relativistas $E_c = \frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m_e} \Rightarrow p^2 = 2 m_e E_c$

La energía cinética del electrón en el otro extremo de la placa la podemos obtener planteando la conservación de la energía mecánica, considerando velocidad inicial es cero

$$\Delta E_m = 0 \Rightarrow \Delta E_c + \Delta E_p = 0 \Rightarrow \Delta E_c = -\Delta E_p \Rightarrow E_c = -q \Delta V$$

Dado que es un condensador y el campo eléctrico es consante

$\Delta V = -E \cdot \Delta x = -E \cdot d$ (considerando d positivo, ΔV es negativo, el electrón va a potenciales mayores)

Sustituyendo

$$E_c = e \cdot E \cdot d \qquad \Delta S \approx \frac{3 \hbar^2}{8 m_e e E d}$$