



2. Calcular el rendimiento del ciclo siguiente descrito reversiblemente por un gas perfecto diatómico:

1. Compresión isotérmica a $T_1=300$ K hasta la presión $P_2=8P_1$ siendo P_1 la presión inicial.
2. Caldeo a volumen constante hasta que la entropía alcanza el mismo valor que tenía en el estado inicial.
3. Expansión adiabática hasta el estado primitivo.

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es $\Delta U=Q+W$, $Q>0$ y $W>0$ son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es $\Delta U=Q-W$)

Física Universitaria, Sears-Zemansky, Capítulo 20 La segunda ley de la termodinámica, definición de eficiencia térmica de una máquina.

En Galicia 1995-Física 3 también hay cálculo de rendimiento de ciclo

Calculamos calor, trabajo y entropía en cada tramo, y lo hacemos para 1 mol.

Llamamos a los puntos 1 \rightarrow (tramo 1) \rightarrow 2 \rightarrow (tramo 2) \rightarrow 3 (tramo 3) \rightarrow 1

Como se trata de un gas perfecto diatómico, $\gamma=7/5$, tenemos $c_p=7/2R$ y $c_v=5/2R$

1. $T=cte$, isoterma, $\Delta U=0$ al ser una función de estado, $Q=-W$

$$W = - \int_{V_1}^{V_2} P dV = -nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = -nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad T=cte \quad P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2} \quad V_2 = V_1/8$$

$$W = -nRT \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) = -1 \cdot 8,31 \cdot 300 \cdot \ln\left(\frac{1}{8}\right) = 5184 \text{ J} \quad \text{Trabajo positivo, se aporta para comprimir}$$

$Q = -5184$ J Negativo, el sistema cede calor para mantener la temperatura en la compresión a $V=cte$

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{P \cdot dV}{T} = nR \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nR \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = nR \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) = 1 \cdot 8,31 \cdot \ln\left(\frac{1}{8}\right) = -17,28 \text{ J/K}$$

(También directamente en este caso $\Delta S = \frac{-5184}{300} = -17,28 \text{ J/K}$)

2. $V=cte$, isócoro. $W=0$, $\Delta U=Q$

La variación de T está asociada a la variación de S que tiene que ser la opuesta a la del tramo 1.

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_2}^{T_3} \frac{n \cdot c_v dT}{T} = n c_v \ln\left(\frac{T_3}{T_2}\right)$$

En un tramo isócoro

$$17,28 = 1 \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,31 \cdot \ln\left(\frac{T_3}{300}\right) \Rightarrow T_3 = 300 \cdot e^{\frac{17,28 \cdot 2}{5 \cdot 8,31}} = 689,2 \text{ K}$$

$$Q = n \cdot c_v \cdot \Delta T = 1 \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,31 \cdot (689,2 - 300) = 8086 \text{ J} \quad \text{Positivo, calor aportado}$$

Al ser volumen constante $\frac{P_2}{T_2} = \frac{P_3}{T_3} \Rightarrow P_3 = P_2 \frac{T_3}{T_2} = \frac{689,2}{300} P_2 = 2,3 P_2$

3. Adiabático, $Q=0$. $\Delta U=W$

$$\Delta U = n c_v \Delta T = 1 \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,31 (300 - 689,2) = -8086 \text{ J} \quad \text{Negativo, realizado por el sistema, se expande.}$$

>No es necesario, pero validamos que puntos inicial y final de este tramo cumplen ecuación

$$P_3 V_3^\gamma = P_1 V_1^\gamma$$

adiabáticas

$$2,3 \cdot P_2 V_2^{1,4} = \frac{1}{8} P_2 (8 V_2)^{1,4} \Rightarrow 2,3 \approx 8^{0,4}$$

Resumen tramos:

1. $W_1=5184$ J (aportado), $Q_1=-5184$ J (cedido "al foco frío")

2. $W_2=0$, $Q_2=8086$ J (aportado “desde el foco caliente”)

3. $W_3=-8086$ J (cedido), $Q_3=0$

En ciclo la variación de energía interna es nula, por lo que $|Q_2+W_2|=|Q_1+W_3|$
 (validamos $8086+5184=5184+8086$)

De manera general en una máquina térmica para un ciclo $|Q_{\text{aportado desde foco caliente}}|=|W|+|Q_{\text{cedido foco frío}}|$
 (validamos $|8086|=|5184-8086|+|-5184|$)

Por definición de rendimiento de una máquina térmica $\eta = \frac{|W|}{Q_{\text{aportada desde foco caliente}}}$

El rendimiento del ciclo es $\eta = \frac{|W_1+W_2|}{|Q_2|} \cdot 100 = \frac{|5184-8086|}{8086} \cdot 100 = 35,9\%$

Tiene que ser inferior al rendimiento máximo teórico $\eta = 1 - \frac{T_1}{T_3} = 1 - \frac{300}{689,2} = 57\%$

>Puede surgir la duda de si para calcular el rendimiento hay que considerar como energía aportada solamente la térmica o toda la aportada incluyendo el trabajo positivo del tramo $4 \rightarrow 1$; según la definición de rendimiento de máquina térmica solamente se considera el calor tomado del foco caliente.

