Model 2
2. Una esfera conductora de radi R_1 = 1 cm té una càrrega elèctrica de $1·10^{-8}$ C i està envoltada d'una capa esfèrica conductora de radi interior R_2 = 2 cm i de radi exterior R_3 = 3 cm, concèntrica amb l'esfera. La capa conductora té una càrrega elèctrica de $2·10^{-8}$ C. Calculeu:
a) La càrrega elèctrica en la superficie interior i en la superficie exterior de la capa esfèrica conductora.
b) El camp elèctric a l'exterior dels conductors.
c) El potencial elèctric a l'interior de la capa esfèrica conductora, és a dir, en la regió on $R_2<r<R_3$, essent r la distància d'un punt interior de la capa al centre comú de les esferes.
d) La diferència de potencial entre la superficie interior de la capa esfèrica conductora de radi R_2 = 2 cm i la superficie de l'esfera conductora de radi R_1 = 1 cm.
($k = 9·10^9$ N m^2 C^{-2})

Modelo 2
2. Una esfera conductora de radio R_1 = 1 cm tiene una carga eléctrica de $1·10^{-8}$ C y está rodeada de una capa esférica conductora de radio interior R_2 = 2 cm y de radio exterior R_3 = 3 cm, concéntrica con el esfera. La capa conductora tiene una carga eléctrica de $2·10^{-8}$ C. Calcular:
a) La carga eléctrica en la superficie interior y en la superficie exterior de la capa esférica conductora.
b) El campo eléctrico en el exterior de los conductores.
c) El potencial eléctrico en el interior de la capa esférica conductora, es decir, en la región donde $R_2 < r < R_3$, siendo r la distancia de un punto interior de la capa en el centro común de las esferas.
d) La diferencia de potencial entre la superficie interior de la capa esférica conductora de radio R_2 = 2 cm y la superficie de la esfera conductora de radio R_1 = 1 cm.
($k = 9 · 10^9$ N m^2 C^{-2})

Referencias:
Ver 2001-Cataluña-ProblemaC2
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/elecmagnet/campo_electrico/esfera1/esfera1.htm
http://laplace.us.es/wiki/index.php/Conductores_esf%C3%A9ricos_conc%C3%A9ntricos
http://laplace.us.es/wiki/index.php/Campo_de_distribuciones_con_simetr%C3%ADa_esf%C3%A9rica#Dos_superficies_conc.C3.A9ntricas_con_densidades_opuestas
http://web.ing.puc.cl/~sgurruti/wp-content/uploads/2015/03/Compilado.pdf#page=38

a) La carga eléctrica en un conductor en equilibrio está en su superficie, ya que si utilizamos la ley de Gauss y tomamos una superficie interior al conductor, el campo interior debe ser nulo o las cargas se moverían y no sería una situación de equilibrio.
-En el conductor interior de radio R_1 está en la parte exterior.
-En la capa esférica conductora de radios R_2 y R_3 está en parte interior y exterior. Pero eso no quiere decir automáticamente que la carga total $2·10^{-8}$ C se distribuya en toda su superficie interior y exterior; si eso fuera así, se puede comprobar que aplicando la ley de Gauss el campo con una superficie esférica con radio $R_2 < r < R_3$, la carga interna no será cero y el campo no podría ser cero. Para que el campo en una superficie con simetría esférica sea cero la carga total interna tiene que ser cero, y eso implica que en la superficie interior de la capa esférica conductora debe haber carga negativa que compense la carga positiva del conductor interior. Esa carga negativa está asociada al fenómeno de inducción; la carga positiva del conductor interior repele las cargas positivas / atrae las cargas negativas de la capa conductora.

Por lo tanto para que la carga interior en una esfera $R_2 < r < R_3$ sea 0 la carga en la superficie interior de la capa esférica conductora es -10^{-8} C, lo que quiere decir que, como en la capa externa la carga total es de $2\cdot10^{-8}$ C, en la superficie exterior de la capa la carga es $+3\cdot10^{-8}$ C.
b) Por la simetría radial sabemos que el campo eléctrico es un vector radial, y al ser las cargas positivas, su sentido es hacia fuera. Si aplicamos la ley de Gauss utilizando superficies esféricas, para el exterior de los conductores (en el interior del primero el campo es nulo)

$R_1 \leq r < R_2$: $E=K\frac{Q_{interior}}{r^2}=9\cdot10^9\cdot\frac{10^{-8}}{r^2}=\frac{90}{r^2}\,N/C\text{ ó }V/m$

$R_2 \leq r < R_3$: $E=K\frac{Q_{interior}}{r^2}=9\cdot10^9\cdot\frac{10^{-8}-10^{-8}}{r^2}=0\,N/C\text{ ó }V/m$ Es el interior conductor en equilibrio.

$R_3 \leq r$: $E=K\frac{Q_{interior}}{r^2}=9\cdot10^9\cdot\frac{10^{-8}+2\cdot10^{-8}}{r^2}=\frac{270}{r^2}\,N/C\text{ ó }V/m$

c) Que el campo eléctrico sea 0 no implica que el potencial sea 0. Que el campo eléctrico en el interior de un conductor sea cero sí implica que su interior está al mismo potencial que la superficie, ya que $\Delta V=-\int_1^2 \vec{E}\,\vec{dl}$ y en este caso al ser el campo 0 la diferencia de potencial sí es cero.
Tomando como referencia de potencial 0 en una posición infinitamente alejada, la expresión del potencial en el exterior de una esfera cargada y en su superficie es la misma que la de una carga puntual cuyo valor de carga sea la carga que tiene la esfera. En este caso la carga en la superficie exterior es igual a la suma de todas las cargas; se puede ver cualitativamente como que la capa conductora exterior hace de jaula de Faraday y permite ignorar lo que hay dentro.
Calculamos el potencial en el radio R_3 (podemos usar el principio de superposición o solamente la carga en R_3)

$$V_{total}(R_3)=V_{carga\,interior}=K\frac{Q_{interior}}{R_3}=K\frac{Q_{R_1}+Q_{R_2}+Q_{R_1}}{R_3}=K\frac{Q_{R_3}}{R_3}=9\cdot10^9\frac{3\cdot10^{-8}}{0{,}03}=9000\,V$$

d) Para calcular la diferencia de potencial entre dos capas conductoras esféricas con la misma carga usamos superposición; la expresión para cada esfera es solo para el potencial de un punto exterior a la esfera interior, no para un punto interior a la esfera exterior.
Para calcular la diferencia de potencial entre las placas hay que integrar entre a y b

$$\Delta V=V(R_2)-V(R_1)=\frac{E_p(R_2)-E_p(R_1)}{q}=\frac{-W_{FC\,R_1\to R_2}}{q}=\frac{-\int_{R_1}^{R_2}\vec{F}\,\vec{dr}}{q}=\int_{R_1}^{R_2}\vec{E}\,\vec{dr}=\int_{r=R_1}^{r=R_2}E\,dr$$

$$\int_{R_1}^{R_2}K\frac{Q}{r^2}dr=KQ\left[\frac{-1}{r}\right]_{R_1}^{R_2}=K\,Q\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

Sustituyendo numéricamente

$$\Delta V=KQ\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)=9\cdot10^9\cdot10^{-8}\left(\frac{1}{0{,}01}-\frac{1}{0{,}02}\right)$$

$$\Delta V=4{,}5\cdot10^3 V$$