enrique@fiquipedia.es Revisado 31 octubre 2017

1 PROBLEMAS DE FÍSICA

1.1. Una onda de una emisora de FM tiene una frecuencia de 90 MHz. Si la suponemos plana, viajando en la dirección positiva del eje OX, con su campo eléctrico polarizado según la dirección positiva del eje OZ y con una amplitud de 0,4 V/m, determine:
a) las ecuaciones de los campo eléctrico y magnético.
b) la densidad de energía media.
c) la intensidad.
Datos: $c=3\cdot10^8$ m/s; $\varepsilon_0=1/4\pi\ 9\cdot10^9$ unidades del S.I.

a) Como se trata de la ecuación de una onda plana, la ecuación de la perturbación, en este caso campo eléctrico y magnético, tiene la forma, para propagación en sentido positivo de eje x.

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\phi_0)$$

Por sencillez tomamos fase inicial 0.
En una onda electromagnética campo eléctrico y magnético son vectores perpendiculares entre sí y perpendiculares a la dirección de propagación, estando relacionados sus módulos como E=cB

$$\omega=2\pi f=2\pi 90\cdot10^6=1{,}8\cdot\pi\cdot10^8\,rad/s$$

$$c=\frac{\omega}{k}\Rightarrow k=\frac{\omega}{c}=\frac{1{,}8\cdot\pi\cdot10^8}{3\cdot10^8}=0{,}6\cdot\pi\,rad/m$$

Para el campo eléctrico

$$\vec{E}(x,t)=0{,}4\cos(1{,}8\cdot\pi10^8t-0{,}6\pi x)\vec{k}[t\,en\,s, x\,en\,m, E\,en\,V/m]$$

Para el campo magnético, como el sentido de propagación es hacia x positivas y se obtiene $\vec{E}\times\vec{B}$, la dirección del campo magnético es hacia y negativas ($\vec{k}\times(-\vec{j})=\vec{i}$)

La amplitud es $B_0=\frac{E_0}{c}=\frac{0{,}4}{3\cdot10^8}=1{,}33\cdot10^{-9}T$

$$\vec{B}(x,t)=1{,}33\cdot10^{-9}\cos(1{,}8\cdot\pi10^8t-0{,}6\pi x)\vec{k}[t\,en\,s, x\,en\,m, B\,en\,T]$$

b) La densidad de energía es la suma de densidad de energía asociada a campo eléctrico y magnético

$$u=u_E+u_B=\frac{1}{2}\varepsilon_0E^2+\frac{1}{2}\frac{1}{\mu_0}B^2=\varepsilon_0E^2=\frac{B^2}{\mu_0}=\frac{1}{4\pi9\cdot10^9}0{,}4^2=1{,}4\cdot10^{-12}\frac{J}{m^3}$$

Como se pide el valor medio y tienen una variación con un cuadrado de una función sinusoidal, su valor promedio en un intervalo de múltiplo de un periodo se obtiene multiplicando por ½

$$\int_{t_0}^{t_0+T}\cos^2(\omega t)dt$$

$$Usamos\ la\ relación\ trigonométrica\ \cos(2x)=2\cos^2x-1$$

$$\int_{t_0}^{t_0+T}\frac{1+\cos2(\omega t)}{2}dt=\frac{1}{2}\left[t+\frac{1}{2}sen(2\omega t)\right]_{t_0}^{t_0+T}=\frac{1}{2}T$$

$$\bar{u}=\frac{1}{2}u=7\cdot10^{-13}\frac{J}{m^3}$$

c) La intensidad de onda es el vector de Poynting, tiene dirección y sentido de propagación, y módulo la cantidad de energía que se propaga por unidad de área y tiempo $S=\frac{1}{A}\frac{\Delta U}{\Delta t}$, que es la potencia por unidad de tiempo. En una onda plana ΔU=u(AΔx) → ΔU/Δt=uAc, por lo que en módulo $S=uc=1{,}4\cdot10^{-12}\cdot3\cdot10^8=4{,}2\cdot10^{-4}\ W/m^2$

$$\vec{S}=\varepsilon_0c^2\vec{E}\times\vec{B}=\varepsilon_0cE_0^2\cos^2(\omega t-kx)\vec{i}=uc\cos^2(\omega t-kx)\vec{i}$$

$$\vec{S}=4{,}2\cdot10^{-4}\cos^2(1{,}8\cdot\pi10^8t-0{,}6\pi x)\vec{i}[t\,en\,s, x\,en\,m, S\,en\,W/m^2]$$