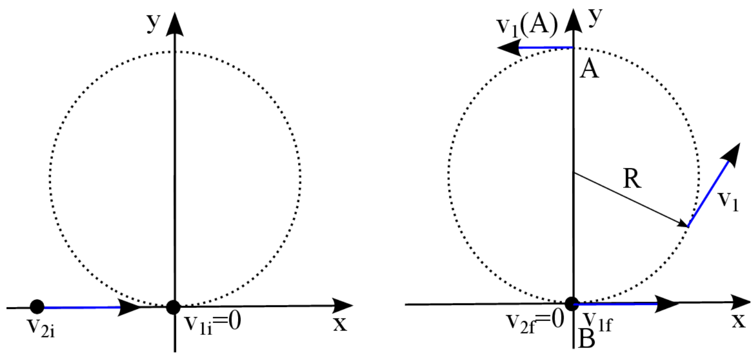
FÍSICA

2.- Una pequeña esfera, de 100 g de masa, cuelga de un hilo inextensible y de masa despreciable, de 2 m de longitud, que está sujeta por el otro extremo. Se lanza horizontalmente otra pequeña esfera, de modo que realiza un choque frontal con la primera. Calcular la masa y la velocidad mínima de la segunda esfera para que, después del choque, la esfera que cuelga del hilo describa una circunferencia completa en el plano vertical y la esfera que fue lanzada horizontalmente, caiga verticalmente.
Coeficiente de restitución = 1/4.
Considerar las esferas como masas puntuales
(2 puntos)

El coeficiente de restitución nos indica cuanta energía cinética se transmite en el choque / cuanta energía se pierde en el choque entre dos objetos.
Se puede definir como el cociente entre la velocidad relativa de alejamiento de los objetos tras el choque y la velocidad relativa de acercamiento de los objetos antes del choque:
- Si el cociente es 1, es una colisión perfectamente elástica, la Ec se conserva
- Si el cociente es 0 es perfectamente inelástica (los objetos se juntan y parte Ec se pierde en calor).

Llamamos 1 a la esfera colgada de 100 g, y 2 a la esfera lanzada.
Realizamos un diagrama y tomamos x positivos en el sentido de lanzamiento de esfera 2 (izda a derecha)
La esfera 1 tiene velocidad inicial nula ($v_{1i}=0$), y su v_{1f} debe ser positiva tras el choque.
La esfera 2, tiene masa y velocidad inicial desconocida, pero su velocidad final es 0 para que caiga verticalmente ($v_{2f}=0$)
La velocidad relativa tras el choque es v_{1f}, (esfera 2 queda parada). La velocidad relativa antes del choque era V_{2i}, (esfera 1 estaba parada).



$$Coeficiente\,restitución=\frac{v_{relativa\,alejamiento\,tras\,choque}}{v_{relativa\,acercamiento\,antes\,choque}}=\frac{v_{2f}-v_{1f}}{-(v_{2i}-v_{1i})}=\frac{0-v_{1f}}{-(v_{2i}-0)}=\frac{v_{1f}}{v_{2i}}\Rightarrow\frac{1}{4}=\frac{v_{1f}}{v_{2i}}\Rightarrow v_{2i}=4\,v_{1f}$$

Para calcular los valores, planteamos:

Conservación de momento lineal

$$p_{antes}=p_{después}\Rightarrow m_1\cdot v_{1i}+m_2\cdot v_{2i}=m_1\cdot v_{1f}+m_2\cdot v_{2f}\Rightarrow m_2\cdot v_{2i}=m_1\cdot v_{1f}\Rightarrow v_{2i}=\frac{m_1}{m_2}V_{1f}$$

Combinando con la expresión anterior, y con el dato de m_1=100 g, tenemos

$$\frac{m_1}{m_2}=4\Rightarrow m_2=\frac{m_1}{4}=\frac{100}{4}=25\,g$$

Velocidad mínima necesaria para que complete una vuelta

Para que la bola 1 complete una vuelta de radio 2 m, en su punto más elevado la fuerza centrípeta será debida solamente al peso de la bola, sin que haya tensión de la cuerda (es la velocidad mínima porque velocidades mayores sí implicarían tensión en la cuerda). Si utilizamos g=9,8 m/s^2 y planteamos la conservación de energía mecánica entre el punto más alto (A) y el punto más bajo (B), tomando referencia de energía potencial 0 en el punto B, tenemos

$$E_m(A)=E_m(B)\Rightarrow \cancel{m_1}g2R+\frac{1}{2}\cancel{m_1}v_{1A}^2=\frac{1}{2}\cancel{m_1}v_{1B}^2$$

$$F_{centrípeta}(A)=Peso\Rightarrow \cancel{m_1}\cdot\frac{v_{1A}^2}{R}=\cancel{m_1}g\Rightarrow v_{1A}^2=gR$$

$$g2R+\frac{1}{2}gR=\frac{1}{2}v_{1B}^2\Rightarrow v_{1B}=\sqrt{\cancel{2}\cdot\frac{5}{\cancel{2}}gR}\Rightarrow v_2=4\sqrt{5\cdot 9{,}8\cdot 2}=39{,}6\,m/s$$