



(Enunciado oficioso, no se tiene el original)

X3. El análisis de la fotografía de una cámara de burbujas revela la creación de un par electrón-positrón cuando los fotones pasan a través de la materia. Las trazas del electrón y el positrón tienen curvaturas opuestas en el campo magnético uniforme de $0,20 \text{ Wb}\cdot\text{m}^{-2}$ y sus radios de curvatura son de $2,5\cdot 10^{-2} \text{ m}$.

a) ¿Cuál era la energía y la longitud de onda del fotón productor del par?

b) Aunque en este caso la energía cinética del electrón y del positrón son iguales, generalmente se suele producir un positrón con una energía cinética ligeramente mayor a la del electrón, ¿por qué ocurre esto?

c) La primera evidencia experimental del proceso de producción de pares fue obtenida por Anderson en 1933. ¿Qué importancia tuvo este descubrimiento con respecto a la teoría relativista del electrón de Dirac?

Datos: $h=6,63\cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$; Carga del electrón = $1,6\cdot 10^{-19} \text{ C}$; Masa del electrón= $9,1\cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $c=3\cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

>Expresamos resultados con 2 cifras significativas como datos del enunciado.

a) Se trata de conversión energía en masa, es física de altas energías y son necesarias fórmulas relativistas. La fuerza magnética es la fuerza de Lorentz $\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$ que igualamos en módulo a la fuerza centrípeta y obtenemos la expresión para el momento lineal del electrón o del positrón (ambos misma masa)

$$qvB=m_{rel}\frac{v^2}{R}\Rightarrow m_{rel}v=qBR=p=1,6\cdot 10^{-19}\cdot 0,2\cdot 2,5\cdot 10^{-2}=8\cdot 10^{-22} \text{ kgm/s}$$

Usamos $m_{rel}=\gamma m$ para hacer referencia a la idea cualitativa de “masa relativista” teniendo en cuenta el aumento de inercia por velocidades relativistas. Al usar m sin más se asume masa en reposo que es la única que existe como invariante relativista.

La energía relativista del electrón o del positrón

$$E=\sqrt{m^2c^4+p^2c^2}=\sqrt{(9,1\cdot 10^{-31})^2(3\cdot 10^8)^4+(8\cdot 10^{-22})^2(3\cdot 10^8)^2}=2,5\cdot 10^{-13} \text{ J}$$

Como enunciado da la carga del electrón lo expresamos en eV: $E=1,6 \text{ MeV}$

La energía del fotón será el doble $E_{\text{fotón}}=5,0\cdot 10^{-13} \text{ J}$ (3,2 MeV)

La longitud de onda será; $E=hf=\frac{hc}{\lambda}\Rightarrow\lambda=\frac{hc}{E}=\frac{6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8}{5,0\cdot 10^{-13}}=4,0\cdot 10^{-13} \text{ m}$

>No se pide, pero podemos calcular la velocidad a la que se mueven los electrones y positrones producidos para comprobar que se trata de velocidades relativistas:

$$p=\gamma mv\Rightarrow\gamma v=\frac{p}{m}=\frac{8\cdot 10^{-22}}{9,1\cdot 10^{-31}}=8,79\cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$\frac{v^2}{1-\frac{v^2}{c^2}}=(8,79\cdot 10^8)^2\Rightarrow v^2c^2=(c^2-v^2)(8,79\cdot 10^8)^2\Rightarrow v^2(c^2+(8,79\cdot 10^8)^2)=c^2(8,79\cdot 10^8)^2$$

$$v=\frac{(3\cdot 10^8)(8,79\cdot 10^8)}{\sqrt{(3\cdot 10^8)^2+(8,79\cdot 10^8)^2}}=2,84\cdot 10^8 \text{ m/s}$$

b) Una cámara de burbujas es un medio denso; cuando se produce el par electrón-positrón hay un núcleo atómico próximo que atrae ligeramente al electrón que acaba de producirse, lo que lo frena y hace que la energía cinética observada para él sea algo menor que la observada para el positrón.

c) La teoría relativista del electrón de Dirac predecía la existencia de una partícula con las mismas características que el electrón pero con carga opuesta. La observación del positrón en la producción del pares positrón-electrón confirmó la existencia de la partícula predicha por Dirac.