

1.- Una masa de aire de 1 kg se encuentra inicialmente a una temperatura de 15 °C y una presión de 76 cm de Hg. Se le hace describir el siguiente ciclo:

- Compresión adiabática hasta una presión de 30 atm.
- Calentamiento a presión constante suministrando 300 kcal.
- Expansión adiabática hasta llegar al volumen inicial.
- Transformación isocora hasta llegar a las condiciones iniciales.

Calcular:

1º) Presión, volumen y temperatura final de cada una de las transformaciones.

Rendimiento del ciclo.

Datos:

$C_p=0,25 \text{ cal}\cdot\text{g}^{-1}\cdot\text{°C}^{-1}$; Coeficiente adiabático, $\gamma=1,4$; Masa 1 litro aire c.n.=1,293 g

Referencias

http://www4.uva.es/goya/Intranet/Pages/SelProblema.asp?p_Tema=23&p_Cuestion=0 Problema 9

Resolución http://www4.uva.es/goya/Intranet/Pages/Resolucion.asp?p_Problema=608

Comentado por oposmica y sleepylavoisier en <http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=3599&p=26454#p26415>

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es $\Delta U=Q+W$, $Q>0$ y $W>0$ son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es $\Delta U=Q-W$)

Usamos números para las condiciones y letras para las transformaciones.

Expresamos resultados con tres cifras significativas (lo suyo sería usar 2 cs que son las de los peores datos: hay datos que tienen 2 como γ y C_p y datos con 4 como masa en c.n.).

$P_1=76 \text{ cm Hg} = 1,00 \text{ atm}$

$T_1=273+15=288 \text{ K}$

En condiciones normales 1 kg ocupa

$$\rho=1,293 \frac{\text{g}}{\text{L}} \Rightarrow V=\frac{m}{\rho}=\frac{10^3}{1,293}=773,4 \text{ L}$$

Utilizamos como condiciones normales 10^5 Pa (según

definición IUPAC 1982, antes era 1 atm = 101325 Pa), y con la <http://www.uva.es/Resolución>

ley de gases ideales calculamos el volumen a 15 °C y 1 atm.

$$\frac{P_{cn} V_{cn}}{T_{cn}}=\frac{P_1 V_1}{T_1} \Rightarrow V_1=V_{cn} \frac{P_{cn}}{P_1} \frac{T_1}{T_{cn}}=773,4 \cdot \frac{10^5}{101325} \cdot \frac{288}{273}=805 \text{ L}$$

(Algo mayor a condiciones normales ya que la temperatura es algo mayor, 15 °C frente a 0 °C)

Transformación a (1 → 2), adiabática

$P_2=30 \text{ atm}$

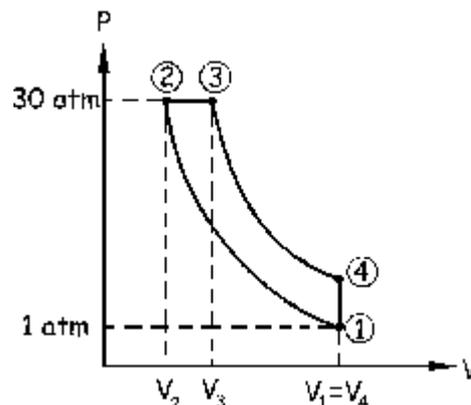
$$P_1 V_1^\gamma=P_2 V_2^\gamma \Rightarrow V_2=V_1 \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}}=805 \cdot \left(\frac{1}{30}\right)^{\frac{1}{1,4}}=70,9 \text{ L}$$

$$T_1 V_1^{\gamma-1}=T_2 V_2^{\gamma-1} \Rightarrow T_2=T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}=288 \cdot \left(\frac{805}{70,9}\right)^{0,4}=761 \text{ K}$$

Adiabática, $Q=0$, $\Delta U=W$

Al ser la energía interna una función de estado que solamente depende de T

No tenemos R como dato explícito, lo debemos deducir a partir de los datos, usando las unidades



adecuadas (si se dan los datos no podemos usar directamente $R=0,082 \text{ atm}\cdot\text{L}/\text{mol}\cdot\text{K}$)

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \Rightarrow C_v = \frac{C_p}{\gamma} = \frac{0,25}{1,4} = 0,1786$$

$$C_p = C_v + R \Rightarrow R = C_p - C_v = 0,25 - 0,1786 = 0,0714 \text{ cal}\cdot\text{g}^{-1}\cdot^\circ\text{C}^{-1}$$

$$0,0714 \cdot 4,18 \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ atm}}{101325 \text{ Pa}} \cdot \frac{10^3 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} = 0,002945 \text{ atm}\cdot\text{L}/\text{g}\cdot\text{K}$$

>Validamos: si asociamos a aire de masa molar media unos 28 g, se tiene $R \approx 2 \text{ cal}/\text{mol}\cdot\text{K}$ y $R \approx 0,082 \text{ atm}\cdot\text{L}/\text{mol}\cdot\text{K}$

$$\Delta U = m \cdot C_v \Delta T = 1000 \cdot 0,1786 \cdot (761 - 288) = 84478 \text{ cal} = 84,478 \text{ kcal (positivo, aportado)}$$

>Comentario: se una vez se tiene P_2 y V_2 se utiliza la ley de los gases ideales para calcular T_2 , se tendría que utilizar R , del que no tenemos valor explícito en enunciado. Si usamos el valor anterior $T_2 = P_2 V_2 / mR = 30 \cdot 70,9 / 1000 \cdot 0,002945 = 722 \text{ K}$

Pero el valor de R realmente tendría 2 cifras significativas (como C_p y γ) por lo que sería $0,0029 \text{ atm}\cdot\text{L}/\text{g}\cdot\text{K}$, y también los datos previos (70,9 sería 71, pero proviene de haber asumido 805 que serían realmente 810 L con 2 cifras significativas ...) Se trata de una discrepancia por precisión.

Transformación b (2 → 3), isóbara, Q=300 kcal

$$P_3 = 30 \text{ atm}$$

$$Q = m \cdot C_p \Delta T; 300000 = 1000 \cdot 0,25 \cdot (T_3 - 761) \rightarrow T_3 = 1960 \text{ K}$$

$$V_3 = m \frac{RT_3}{P_3} = 1000 \cdot 0,002945 \cdot \frac{1961}{30} = 192 \text{ L}$$

$$W = -P \Delta V = -30 \cdot (192 - 70,9) = -3633 \text{ atm}\cdot\text{L} = -88,065 \text{ kcal}$$

Transformación c (3 → 4), adiabática

$$V_4 = V_1 = 805 \text{ L}$$

$$P_3 V_3^\gamma = P_4 V_4^\gamma \Rightarrow P_4 = P_3 \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^\gamma = 30 \cdot \left(\frac{193}{805} \right)^{1,4} = 4,06 \text{ atm}$$

$$T_3 V_3^{\gamma-1} = T_4 V_4^{\gamma-1} \Rightarrow T_4 = T_3 \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^{\gamma-1} = 1961 \cdot \left(\frac{193}{805} \right)^{0,4} = 1110 \text{ K}$$

Adiabática, $Q=0$, $\Delta U=W$

Al ser la energía interna una función de estado que solamente depende de T

$$\Delta U = m \cdot C_v \Delta T = 1000 \cdot 0,1786 \cdot (1110 - 1961) = -151989 \text{ cal} = -151,989 \text{ kcal}$$

Transformación d (4 → 1), isócara

Isócara $W=0$

$$\Delta U = Q = m \cdot C_v \Delta T = 1000 \cdot 0,1786 \cdot (288 - 1110) = -147,056 \text{ kcal (negativo, se enfría)}$$

Resumimos tramos y comprobamos que en el ciclo $\Delta U=0$

Estado	P (atm)	T (K)	V (L)	Transformación	Q (kcal)	W (kcal)	ΔU (kcal)
1	1	288	805				
				a	0	84,478	84,478
2	30	761	70,9				
				b	300	-88,065	211,935
3	30	1960	193				
				c	0	-151,989	-151,989
4	4,06	1110	805				
				d	-147,056	0	-147,056



				Ciclo a-b-c-d	152,944	-155,576	-2,632

(asumimos que $\Delta U \approx 0$, error por redondeos de haber expresado P,T,V con 3 cifras significativas)

$$\text{Rendimiento} = \frac{|W|}{Q_{\text{aportado desde fococaliente}}} = \frac{155,576}{300} = 0,519 = 51,9\%$$

Validamos que es inferior al rendimiento teórico máximo asociado a la diferencia de temperaturas, que sería $1 - 288/1961 = 0,85$