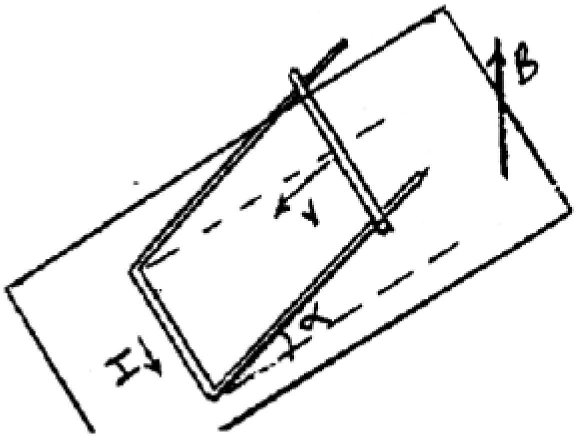
Física

3. Una varilla conductora de masa m=10 gr., longitud l=20 cm. y resistencia R=10 ohmios, baja deslizando por unos carriles conductores paralelos que forman un ángulo α=30º con la horizontal. Los carriles se cierran por su parte inferior por un conductor paralelo, tal y como se indica en la figura. En esta región existe un campo magnético uniforme, perpendicular al plano horizontal sobre el que se apoya los carriles, de valor B=1 Tesla.

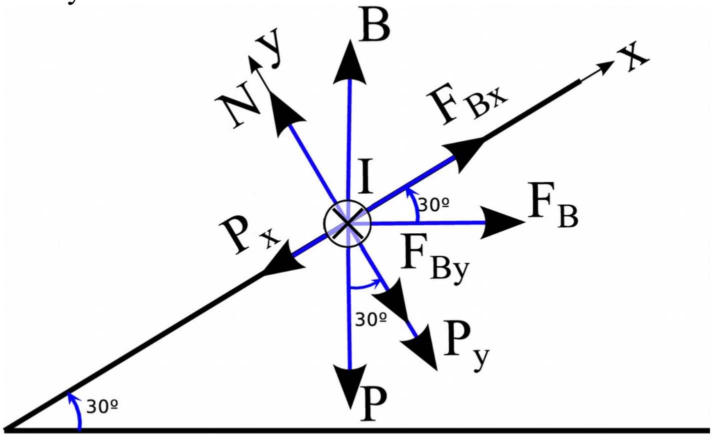


El movimiento de la varilla sobre los carriles primero es acelerado, convirtiéndose posteriormente en uniforme.
a) Razonar físicamente por qué ocurre esto.
b) Calcular la velocidad de la varilla, la f.e.m. inducida en sus extremos y la corriente que pasa por el circuito durante el tiempo en que el movimiento de la varilla es uniforme.

>Comentario: El símbolo de gramo es g, no gr
Similar a 1996 Andalucía F1
Comentado por oposmica y sleepylavoisier en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4271&p=26344#p26343

a) Como se pide razonar físicamente se hace cualitativamente sin cálculos, que se dejan para apartado b. Cualitativamente vemos que la barra empieza a descender por la gravedad y el flujo disminuye, por lo que según la ley de Lenz, el sentido de la corriente inducida será tal que se oponga a esa disminución, siendo el sentido de la corriente en la parte inferior el que se indica en la figura, y en la barra el sentido opuesto. Eso implica que al haber una corriente sobre la barra dentro de un campo magnético, hay una fuerza sobre la barra, que frena la barra oponiéndose a la disminución de flujo. A medida que la barra se va frenando el ritmo de variación de flujo también disminuye, lo que hace que la corriente disminuya y la fuerza también, llegando un punto en el que la fuerza magnética compensa el peso de la barra y el movimiento es uniforme.

b) Realizamos un diagrama representado las fuerzas y la corriente en la barra.



El módulo de la fuerza magnética al formar campo y corriente 90º es F=IlB.
Como se indica que el movimiento es uniforme asumimos que la velocidad es constante, por lo que la fuerza total es nula, igualando fuerzas en eje x

$$P_x = F_{Bx} \Rightarrow mg\,sen\,30^o = IlB\cos 30^o$$

Por la ley de Ohm, I=V/R, siendo V la tensión inducida, cuyo valor límite tenemos que deducir.
Planteamos la situación general, asumiendo velocidad cualquierde la barra, para determinar la aceleración, sin considerar rozamiento.

$$P_x - F_{Bx} = ma \Rightarrow mg\,sen(30^o) - \frac{V}{R} lB\cos(30^o) = ma$$

El flujo magnético es, siendo x la distancia de la barra a la parte inferior

$$\Phi = \int \vec{B}\,d\vec{S} = \vec{B}\,\vec{S} = Blcos(30^o)x$$

Con la ley de Faraday podemos plantear $|V|=\frac{d\Phi}{dt}=Bl\cos(30^o)\,v$

Sustituyendo y buscando una expresión para la velocidad

$$mg\,sen(30^o)-\frac{B^2l^2\cos(30^o)^2}{R}v=m\frac{dv}{dt}$$

Enunciado pide solamente la velocidad terminal (indica primero acelerado y luego uniforme), luego v es constante y la aceleración es cero, por lo que podemos plantear de manera rápida

$$mg\,sen(30^o)-\frac{B^2l^2\cos(30^o)^2}{R}v_{terminal}=0$$

$$v_{terminal}=\frac{mRg\,sen(30^o)}{B^2l^2\cos(30^o)^2}$$

Podemos calcular la expresión para cualquier instante de tiempo (no se pide explícitamente en el enunciado) y comprobar, aunque es un desarrollo más largo

No lo planteamos con integrales indefinidas ya que en Física nos interesan intervalos concretos, por lo que tomamos de t=0 a t y de v=0 a v (enunciado no indica explícitamente que para t=0 tengamos v=0, pero es razonable asumirlo). Si lo hiciésemos con integrales indefinidas planteando una constante de integración a la que asignar valor para que cumpla la condición de v=0 para t=0 sería más complicado evitar un problema dimensional

http://forum.lawebdefisica.com/threads/29885-Las-unidades-en-un-logartimo-neperiano

$$dt=\frac{dv}{g\,sen(30^o)-\frac{B^2l^2\cos(30^o)^2}{mR}v}$$

$$\int_0^t dt=\int_0^v\frac{dv}{g\,sen(30^o)-\frac{B^2l^2\cos(30^o)^2}{mR}v}$$

$$t=\frac{-mR}{B^2l^2\cos(30^o)^2}\ln\left(\frac{g\,sen(30^o)-\frac{B^2l^2\cos(30^o)^2}{mR}v}{g\,sen(30^o)}\right)$$

$$1-\frac{B^2l^2\cos(30^o)^2}{mR\,g\,sen(30^o)}v=e^{\frac{-B^2l^2\cos(30^o)^2}{mR}t}$$

$$v=\frac{-mR\,g\,sen(30^o)}{B^2l^2\cos(30^o)^2}\left(e^{\frac{-B^2l^2\cos(30^o)^2}{mR}t}-1\right)$$

$$v=\frac{mR\,g\,sen(30^o)}{B^2l^2\cos(30^o)^2}\left(1-e^{\frac{-B^2l^2\cos(30^o)^2}{mR}t}\right)$$

$$v=\frac{mR\,g\,sen(30^o)}{B^2l^2\cos(30^o)^2}\left(1-e^{\frac{-B^2l^2\cos(30^o)^2}{mR}t}\right)$$

Vemos que a medida que t crece la velocidad se aproxima a un valor de velocidad constante, una velocidad límite que podemos calcular para t=∞ sin depender de cte, y coincide con lo calculado antes $v(t=\infty)=\frac{mR\,g\,sen(30^o)}{B^2l^2\cos(30^o)^2}$

Calculamos resultados numéricos (no se da valor para g y utilizamos g=9,8 m/s^2)

$$v(t=\infty)=\frac{0{,}010\cdot 10\cdot 9{,}8\cdot 0{,}5}{1^2 0{,}2^2 (\frac{\sqrt{3}}{2})^2}=\frac{49}{3}\,m/s\approx 16{,}33\,m/s$$

La fuerza electromotriz inducida en ese momento es

$$|V(t=\infty)|=Bl\cos(30^o)v=1\cdot 0{,}2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{49}{3}=\frac{4{,}9}{\sqrt{3}}V\approx 2{,}83V$$

La corriente en ese momento es

$$I(t=\infty)=\frac{V}{R}=\frac{\frac{4{,}9}{\sqrt{3}}}{10}=\frac{0{,}49}{\sqrt{3}}A\approx 0{,}283\,A$$