EJERCICIO PRÁCTICO. SESIÓN Nº 1. FÍSICA
4.
Rayos X monocromáticos de 100 keV de energía son dispersados por un bloque de carbono.
a) Si la dispersión se produce bajo un ángulo de 45º, ¿cuál será la longitud de onda de los rayos X dispersados?
b) ¿Para qué ángulo de la dispersión Compton la energía cinética del electrón de retroceso será máxima?
c) En el caso anterior, ¿cuál es la longitud de onda asociada al electrón?
d) El dispositivo experimental disponible permite medir el momento lineal del electrón con una precisión del 0,003 %. ¿Con qué incertidumbre podremos conocer la posición del electrón?
e) Describa brevemente los fundamentos teóricos en los que se ha basado para resolver el problema.
$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s $c = 3,00 \cdot 10^8$ m·s^{-1} 1 $e^- = 1,60 \cdot 10^{-19}$ C

a) Utilizando la expresión para la dispersión Compton

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{mc}(1-\cos\theta)$$

Primero calculamos la longitud de onda original de los rayos X a partir de su energía

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{100 \cdot 10^3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,243 \cdot 10^{-11} m$$

$$\lambda' = 1,243 \cdot 10^{-11} + \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8}(1-\cos 45^o) = 1,314 \cdot 10^{-11} m$$

La nueva longitud de onda es mayor: el fotón en el choque pierde energía que pasa al electrón, por lo que la longitud de onda es mayor, que implica f menor y menos energía.

b) La E_c del electrón será máxima cuando la energía perdida por el fotón en el choque sea máxima, lo que implica mayor variación longitud de onda, que implica $(1-\cos\theta)_{máximo}$, que implica $\cos\theta=-1$, luego $\theta=180º$

>Cualitativamente el electrón "rebota"

c) En este caso $E_{c\,electrón} = \Delta E_{fotón} = E_0 - \frac{hc}{\lambda'}$

$$\lambda' = \lambda + 2\frac{h}{mc} = 1,243 \cdot 10^{-11} + \frac{2 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8} = 1,728 \cdot 10^{-11} m$$

$$E_{c\,electrón} = 100 \cdot 10^3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} - \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,728 \cdot 10^{-11}} = 4,5 \cdot 10^{-15} J = 28\,keV$$

>En efecto fotoeléctrico la E es pequeña, no relativista, pero en efecto Compton sí es relativista.

$E_c = (\gamma-1)mc^2 = (\gamma-1)E_0$ Donde m es la masa en reposo

$E_0 = 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 8,2 \cdot 10^{-14}$ J

$\gamma = 1 + \frac{E_c}{E_0} = 1 + \frac{4,5 \cdot 10^{-15}}{8,2 \cdot 10^{-14}} = 1,054878$ Como difiere de la unidad en más de un 1%, es relativista.

Calculamos la velocidad para calcular la longitud de onda de De Broglie

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow \beta = \sqrt{1-\frac{1}{\gamma^2}} = 0,318 > 0,14$$

El valor 0,14 es un umbral donde empezar a considerar situación relativista, ya que supone un error en el valor de γ de un 1%.

$$\beta = \frac{v}{c} \Rightarrow v = \beta \cdot c = 0,318 \cdot 3 \cdot 10^8 = 9,54 \cdot 10^7 m/s$$

$$\lambda_{De\ Broglie}=\frac{h}{p}=\frac{h}{\gamma mv}=\frac{6{,}63\cdot10^{-34}}{1{,}054878\cdot9{,}11\cdot10^{-31}\cdot9{,}54\cdot10^{7}}=7{,}23\cdot10^{-12}m$$

>Puede surgir la duda de si cualitativamente hay “variación de masa relativista” (no la calculamos explícitamente pero sería γm, si en las expresiones de apartados a y b hay que usar masa relativista: no hyay que usarla, ya que expresiones Compton asumen m en reposo con la que choca el fotón.

d) $\Delta p\cdot\Delta x\geq\frac{h}{4\pi}\Rightarrow\Delta x\geq\frac{h}{4\pi\Delta p}=\frac{6{,}63\cdot10^{-34}}{4\cdot\pi\cdot3\cdot10^{-5}\cdot1{,}054878\cdot9{,}11\cdot10^{-31}\cdot9{,}54\cdot10^{7}}=1{,}92\cdot10^{-8}m$

Mucho mayor que el radio del átomo

e) Simplemente se citan algunos fundamentos teóricos asociados a las fórmulas utilizadas, realizar una “descripción breve” depende del tiempo disponible.

$\lambda'=\lambda+\frac{h}{mc}(1-\cos\theta)$ Efecto Compton

$E=hf=\frac{hc}{\lambda}$ Cuantización de energía, constancia de la velocidad de la luz

$E_{total}=\gamma mc^2$ Energía relativista

$\lambda_{De\ Broglie}=\frac{h}{p}$ Longitud de onda de De Broglie

$\Delta p\cdot\Delta x\geq\frac{h}{4\pi}$ Principio de incertidumbre