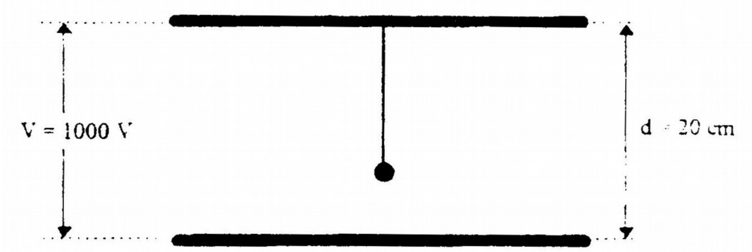
EJERCICIO PRÁCTICO. SESIÓN Nº 1. FÍSICA

2.

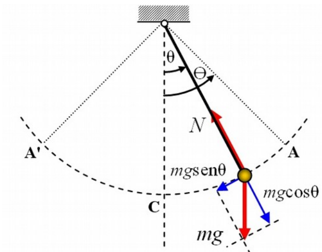


En el interior de un condensador plano indefinido, en posición horizontal, cuya distancia entre las armaduras es de 20 cm oscila un péndulo tal y como se indica en la figura. La diferencia de potencial entre las placas es de 1000 V. A la masa puntual del péndulo, de 2 g, se le ha comunicado una cierta carga. Si se invierte el sentido del campo eléctrico (uniforme y constante) en el interior del condensador el período del péndulo pasa de ser 0,5 s a 0,7 s.

a) Calcular la longitud del péndulo y su carga suponiendo g = 10 m·s^{-2} y que el peso de la masa puntual del péndulo es mayor que la fuerza eléctrica.

b) Si se descarga el condensador y la masa puntual, indica alguna experiencia, puramente mecánica, que reproduzca los valores de los periodos anteriores en ausencia de campo electrostático.

c) Comente brevemente la fundamentación teórica de los apartados anteriores.



Algarabia, wikimedia, public domain

a) Realizamos la deducción de la expresión asociada al periodo de un péndulo cuando solamente existe gravedad: proviene de igualar aceleración tangencial a la componente tangencial de aceleración del peso, donde el signo proviene de la referencia del ángulo

$a_T=\frac{F_{tangencial}}{m} \Rightarrow \alpha \cdot L=-g\,sen\theta$ Operando $L\frac{d^2\theta}{dt^2}=-g\,sen\theta$

Con la aproximación θ = sen θ (1% error para ángulos menores 14º) se llega a la expresión de un MAS (en función θ) $\frac{d^2\theta}{dt^2}=\frac{-g}{L}\theta$ donde

$\omega=\sqrt{\frac{g}{L}}$ y $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

Si tenemos el péndulo entre las placas del condensador, además de considerar la fuerza del peso hay que considerar la fuerza eléctrica F=qE que según el caso puede aumentar o disminuir esa fuerza neta. Como el campo es uniforme, V=Ed, por lo que $F=\frac{qV}{d}$, y la aceleración tangencial será la segunda ley de Newton es $a=\frac{qV}{md}$. El signo dependerá de la carga del péndulo y del sentido de la diferencia de potencial entre las placas.

Se pude ver que en la expresión "g" está asociada a la aceleración neta vertical recuperadora, y podemos plantear $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{a_{vertical\,recuperadora\,neta}}}$

En función de si la fuerza eléctrica es a favor o en contra de la fuerza gravitatoria, manteniendo la longitud, el periodo disminuirá o aumentará.

Si T es mayor, es porque la aceleración vertical recuperadora neta es menor

$$T_{mayor}=2\pi\sqrt{\frac{L}{g-\frac{qV}{md}}} \quad (\frac{0,7}{2\pi})^2=\frac{L}{10-q\frac{1000}{0,002\cdot 0,2}} \Rightarrow (\frac{0,7}{2\pi})^2\cdot(10-2,5\cdot 10^6 q)=L$$

Si T es menor, es porque la aceleración vertical recuperadora neta es mayor

$$T_{menor}=2\pi\sqrt{\frac{L}{g+\frac{qV}{md}}} \quad (\frac{0,5}{2\pi})^2=\frac{L}{10+q\frac{1000}{0,002\cdot 0,2}} \Rightarrow (\frac{0,5}{2\pi})^2\cdot(10+2,5\cdot 10^6 q)=L$$

Tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, q y L.
Si igualamos para obtener q

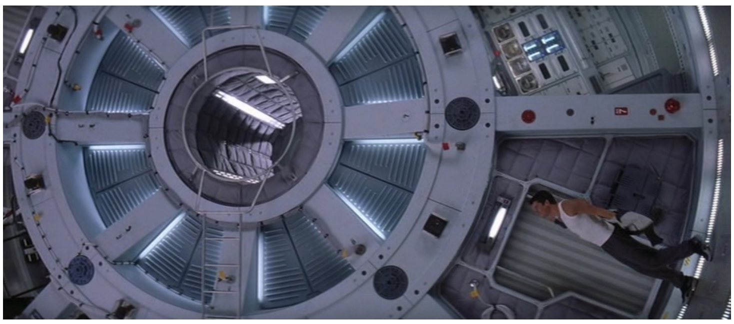
$$0,7^2\cdot(10-2,5\cdot 10^6 q)=0,5^2\cdot(10+2,5\cdot 10^6 q)$$
$$4,9-1,225\cdot 10^6 q=2,5+6,25\cdot 10^5 q$$
$$q=\frac{2,5-4,9}{-1,225\cdot 10^6-6,25\cdot 10^5}=1,3\cdot 10^{-6} C$$

Sustituyendo en la primera expresión

$$L=(\frac{0,7}{2\pi})^2\cdot(10-2,5\cdot 10^6 1,3\cdot 10^{-6})=0,084 m$$

Comentario: la carga q se ha planteado como positiva, por lo que en el caso de T menor el campo eléctrico tendrá el mismo sentido que el peso, y la diferencia de potencial sería tal que la placa positiva está arriba y la negativa abajo. También se podría plantear que la carga es negativa, siendo el sentido de diferencia de potencial también opuesto.

b) Para variar la aceleración neta vertical recuperadora, con “alguna experiencia, puramente mecánica”, se puede realizar el ensayo en un sistema de referencia no inercial, como puede ser un ascensor. La aceleración vertical neta percibida en este sistema de referencia depende de la aceleración del sistema: si el ascensor sube, la aceleración de la gravedad percibida será mayor y el periodo disminuirá, y si el ascensor baja, la aceleración de la gravedad percibida será menor.
Otro ejemplo sería montar el péndulo en un sistema en rotación (suficientemente grande para que en los 20 cm entre armaduras el valor de la aceleración se pudiera considerar constante) para que la fuerza centrífuga percibida desde el sistema de referencia inercial “hiciera de gravedad”; no habría gravedad real, todo el “peso” percibido estaría asociado a la rotación. Se incluyen dos fotogramas de la película “Misión a Marte”, que tienen derechos de autor, pero se incluyen dentro del derecho a ilustracioń en la enseñanza.
http://www.imdb.com/title/tt0183523/



La aceleración de la gravedad neta que habría que conseguir para esa L sería

$$a=\frac{L}{(\frac{T}{\omega})^2}$$

$$a_{máx}=\frac{0,084}{(\frac{0,5}{2\pi})^2}=6,63 m/s^2$$

$$a_{mín}=\frac{0,084}{(\frac{0,7}{2\pi})^2}=4,73 m/s^2$$

Si se obtiene con un ascensor en un sitio donde g=10 m/s^2, la aceleración del ascensor sería de 3,37 m/s^2 y de 5,27 m/s^2
Si se obtuviese mediante aceleración centrífuga, asumiendo un radio de 6 m (aproximadamente como en las imágenes), a = ω^2R, la velocidad angular sería 1,1 rad/s y de 0,89 rad/s (mayor que la velocidad de rotación en la película, donde se puede estimar un T=40 s, ω=0,63 rad/s, pero que por el movimiento de los personajes se puede asumir casi “1 g”, 9,8 m/s^2 en la parte externa)
c) Fundamentación teórica incluida en cada uno de los apartados anteriores.