



Prova pràctica: primera part

Escolliu 4 problemes d'entre els 5 següents:

1. Dos astronautes estan explorant un asteroide esfèric desconegut.

Quan la seva nau queda in mòbil sobre la seva superfície, un d'ells obre la portella i descobreix un asire esfèric, format per un metall molt pur i perfectament polimentat.

Decideu posar peu a terra, però cau per un forat com el que mostra la figura.

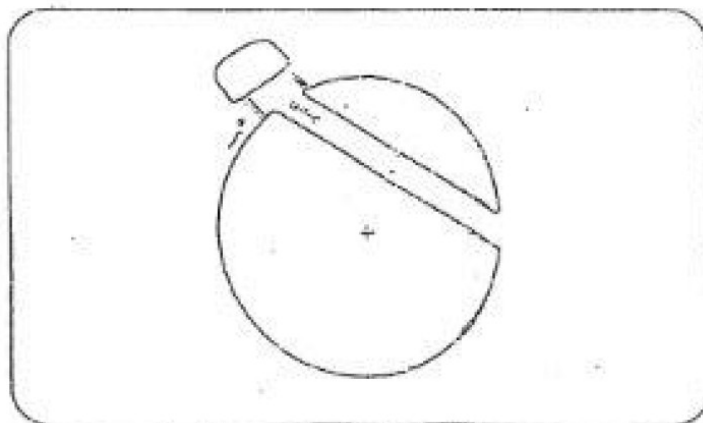
El segon astronauta, tractant d'evitar un accident semblant, es projecta violentament cap a un costat, amb tal velocitat que resulta satelitzat a ran de terra.

Considerant que els moviments d'ambdós astronautes s'inicien amb simultaneïtat,

a) prova que ambdós astronautes es tornaran a veure quan tornin a pasar per la base de la nau.

b) calcula el temps precis perquè aixó succeïxi.

Dades: Es desconeix la massa de l'asteroide i el seu radi, però se sap que és un asteroide tot ell de tántal ($\rho=16,6 \text{ g cm}^{-3}$). $G=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.



1. Dos astronautas están explorando un asteroide esférico desconocido.

Cuando su nave queda inmóvil sobre su superficie, uno de ellos abre la portezuela y descubre un astro esférico, formado por un metal muy puro y perfectamente pulimentado.

Decide poner pie en tierra, pero cae por un agujero como el que muestra la figura.

El segundo astronauta, tratando de evitar un accidente similar, se proyecta violentamente hacia un lado, con tal velocidad que resulta satelizado a ras de tierra.

Considerando que los movimientos de ambos astronautas se inician con simultaneidad,

a) prueba que ambos astronautas se volverán a ver cuando vuelvan a pasar por la base de la nave.

b) calcula el tiempo preciso para que esto suceda.

Datos: Se desconoce la masa del asteroide y su radio, pero se sabe que es un asteroide todo él de tántalo ($\rho = 16,6 \text{ g cm}^{-3}$). $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.

<http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/celeste/gravedad1/gravedad1.htm>

<http://www.fiquipedia.es/home/recursos/ejercicios/ejercicios-elaboracion-propia-fisica-2-bachillerato/ProblemaRepasoGravitacionMas.pdf?attredirects=0>

Similar a Cataluña 1999 Problema1-1

a) El primer astronauta describe un movimiento armónico simple; es un caso similar un agujero rectilíneo que pasase por el centro, solamente que ahora la fuerza recuperadora no es todo el peso, sino solamente la componente del peso proyectada sobre la dirección del agujero.

Si llamamos θ al ángulo que forma el eje del agujero, que tomamos como eje x, con el radio del planeta que pasa por la entrada del agujero, la componente de peso en el agujero es



$$P_x = m \cdot g_{\text{interior}} \cdot \cos \theta$$

Si utilizamos la ley de Gauss en el interior del asteroide esférico, llegamos a la conclusión de que

$$g_{\text{interior}} = \frac{r}{R_0} g_0 \quad \text{Siendo } g_0 \text{ la gravedad en la superficie y } R_0 \text{ el radio total.}$$

Por lo tanto podemos plantear, tomando $x=0$ en el punto central y sentido positivo de modo que en $t=0$ tengamos $x=r \cdot \cos \theta$

$$F_x = -m \frac{g_0}{R_0} \cos \theta \cdot r = -m \frac{g_0}{R_0} x$$

En el interior del pozo tendremos fuerzas recuperadoras y $F=-kx$, por lo que se trata de un movimiento armónico simple, en el que tenemos

$$a = -\omega^2 x \Rightarrow \omega^2 = \frac{g_0}{R_0}$$

La frecuencia y el periodo es la misma que si el agujero pasase por el centro.

Si expresamos en función de la densidad y de el radio del asteroide

$$g_0 = G \frac{M}{R_0^2} = G \frac{\frac{4}{3} \pi R_0^3 \rho}{R_0^2} = G \frac{4}{3} \pi \rho R_0$$

Sustituyendo valores numéricos $\omega = \sqrt{G \frac{4}{3} \pi \rho} = \sqrt{G \frac{4}{3} \pi 16,6 \cdot 10^3} = 2,15 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}$

El segundo astronauta es “satelizado a ras de la superficie”, luego su “órbita” podemos plantear

$$F_c = F_g \Rightarrow m \omega^2 R_0 = G \frac{Mm}{R_0^2} \Rightarrow \omega^2 = G \frac{M}{R_0^3} = \frac{g_0}{R_0}$$

Como ambos movimientos tienen la misma frecuencia angular, tienen el mismo periodo temporal, por lo que como ambos han iniciado el movimiento simultaneamente en el mismo punto, coincidirán de nuevo en el mismo punto pasado un tiempo igual al periodo del movimiento.

$$b) \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2,15 \cdot 10^{-3}} = 2922 \text{ s}$$