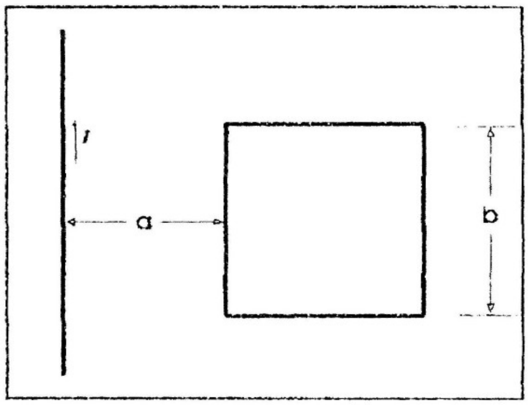
F3. Se dispone de un conductor rectilíneo de longitud infinita que transporta una corriente $i=I_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ en sus proximidades hay una espira cuadrada, tal y como se indica en la figura. Calcular:

1. La f.e.m. inducida en la espira.
2. El coeficiente de inducción mutuo.



Referencias:
Similar a Castilla-La Mancha 1998 Física y Murcia 2006-TI1

1) Asumimos que el medio es el vacío. El módulo del campo magnético creado por un conductor rectilíneo a una distancia r es $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, expresión deducible utilizando la ley de Ampère.

En este caso $B=\frac{\mu_0 I_0 e^{-\lambda t}}{2\pi r}$

El flujo es $\Phi=\int \vec{B}\cdot\vec{dS}$; al ser el campo perpendicular a la superficie podemos plantear $\Phi=\int B\cdot dS$, y al no ser el campo constante en toda la espira el flujo lo planteamos como una integral de flujo en tramos diferenciales de altura b y anchura dx entre a y a+b

$$\Phi=\int_a^{a+b} B\,a\,dr=\frac{\mu_0 I_0 e^{-\lambda t}}{2\pi}a\int_a^{a+b}\frac{dr}{r}=\frac{\mu_0 I_0 e^{-\lambda t}}{2\pi}a\ln\frac{a+b}{b}[Wb]$$

Aplicando la ley de Faraday-Lenz $\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=\frac{\mu_0 I_0}{2\pi}a\ln\frac{a+b}{b}\lambda e^{-\lambda t}[\varepsilon\, en\, V, t\, en\, s]$

e) Por definición el coeficiente de inducción mutua cumple $\Phi_2=M I_1 \Rightarrow \varepsilon_2=-M\frac{dI_1}{dt}$ luego

$$M=\frac{\Phi_2}{I_1}=\frac{\frac{\mu_0 \cancel{I_0 e^{-\lambda t}}}{2\pi}a\ln\frac{a+b}{b}}{\cancel{I_0 e^{-\lambda t}}}=\frac{\mu_0}{2\pi}a\ln\frac{a+b}{b}[H]$$