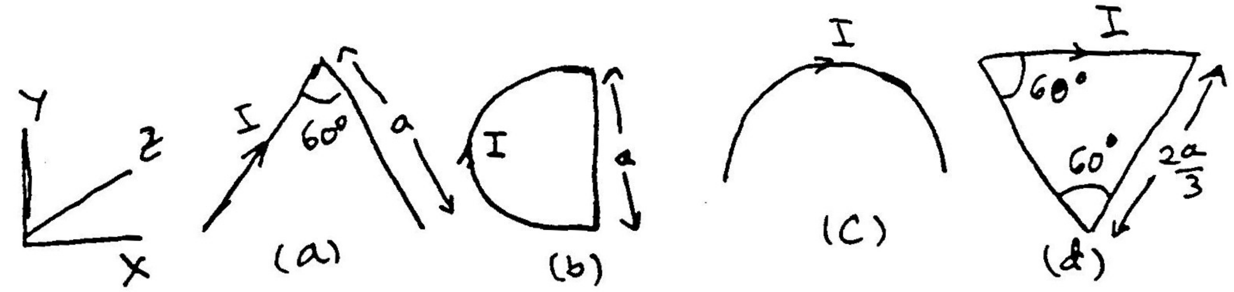
PROBLEMA 6.-
Los cuatro alambres de la figura tienen una longitud 2a, se hallan recorridos por una intensidad I y se encuentran en una región donde existe un campo magnético $\vec{B}=B\vec{u}_z$ Teslas, (perpendicular al plano de la figura). Calcular la fuerza <u>neta</u> que actúa sobre cada uno de ellos.

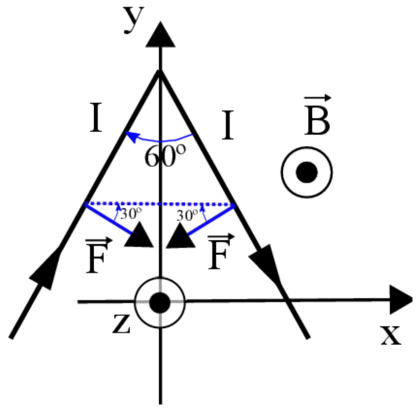


Comentario: el enunciado conseguido incluye los dibujos a mano, quizá en 1994 se incluyeron así, pero el dibujo de los tres ejes a la izquierda es confuso, ya que parece indicar ejes x e y en el plano del dibujo y eje z "hacia dentro" del dibujo, lo que haría que no se siguiese el convenio habitual en física, según el cual $\vec{i}\times\vec{j}=\vec{k}$
https://en.wikipedia.org/wiki/Cross_product#Coordinate_notation
Asumimos el convenio correcto, según el cual el eje z estará dirigido "hace nosotros"; cambiará simplemente el sentido de la fuerza.

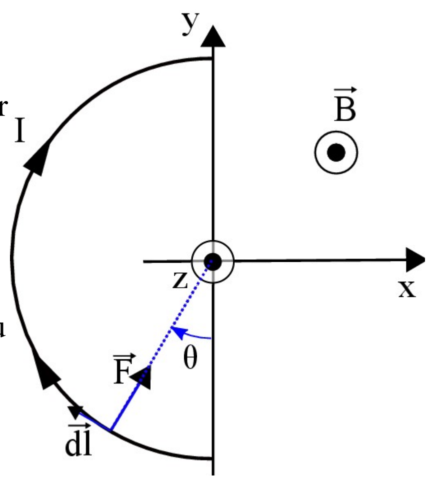
La fuerza neta total será la suma de los infinitesimales de fuerza sobre cada elemento de los conductores, infinitesimales que debemos integrar usando la ley de Laplace $\vec{F}=I(\vec{l}\times\vec{B})$, que nos da la expresión directamente en caso de que sea rectilíneo.
No se indican unidades para a ni para I, pero sí unidades para B, por lo que asumimos que todo está expresado en unidades de Sistema Internacional y la fuerza se obtendrá en newtons.

a) La fuerza sobre cada uno de los dos segmento rectos tendrá de módulo F=IaB, y su dirección será perpendicular al conductor, y su sentido, realizando el producto vectorial, hacia el interior.
Por simetría las componentes x se cancelarán, y la componente y será el doble de la componente que genera cada semento, por lo que será

$$\vec{F}_{neta}=-2\cdot\vec{F}_{y\,cada\,segmento}=-2\,IaB\cdot sen(30^{o})\vec{j}\,N$$
$$\vec{F}_{neta}=-IaB\vec{j}\,N$$



b) El diagrama no es consistente con el enunciado: si es una semicircunferencia cerrada y su diámetro es a, el radio sería R=a/2 y el perímetro de la semicircunferencia sería πR=πa/2, por lo que la la longitud total sería (π/2+1)a y no puede ser 2a. Lo realizamos para el diagrama dado asumiendo que en este caso la longitud total es (π/2+1)a.
De nuevo por simetría vemos que las componentes y de los diferenciales de fuerza realizados por la sección circular se cancelan, y la fuerza tendrá únicamente componente x, siendo su valor (dl=R·dθ)



$$F_x=2\int_0^{\pi/2} I(\vec{dl}\times\vec{B})=2\,IB\int_0^{\pi/2} R\,d\theta\cdot sen\,\theta=2\,I\frac{a}{2}B[-\cos\theta]_0^{\frac{\pi}{2}}=IaB[-0-(-1)]=IaB\,N$$

En el segmento recto la corriente va verticalmente de arriba hacia abajo (dirigida hace y negativas), por lo que la fuerza está dirigida hacia x negativas, y su módulo será IaB, de modo que la fuerza neta total sería nula.

c) En este caso si la longitud total es 2a, el radio es 2a=πR → R=2a/π

Realizando razonamientos similares al caso b, ahora el campo estará dirigido hacia y negativas, cancelándose las componentes x, y el módulo será

$$F_y=2\int_0^{\pi/2} I(\vec{dl}\times\vec{B})=2\,IB\int_0^{\pi/2} 2\frac{a}{\pi}d\theta\cdot sen\,\theta=2\,I\,2\frac{a}{\pi}B[-\cos\theta]_0^{\frac{\pi}{2}}=4\frac{IaB}{\pi}N$$

Vectorialmente $\vec{F}=-4\frac{IaB}{\pi}\vec{j}\,N$

d) En este caso se puede ver por simetría que las tres fuerzas son iguales y forman 120º entre ellas, por lo que la fuerza neta es nula.