



Estos no pretenden ser unos apuntes de teoría, son solamente un resumen concentrado de fórmulas para PAU. Por eso los llamo aPAUntes ... Para algo más allá de preparar PAU ver apuntes en [www.fiquipedia.es](http://www.fiquipedia.es). Está resumido para que todas las fórmulas habituales en problemas PAU no ocupen más de 2 caras de folio.

## 0. Conceptos previos a 2º Bachillerato (aparte de vectores y derivación)

### 0.1 Cinemática

Lineal: MRUA  $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$   $v = v_0 + a t$   $v^2 - v_0^2 = 2 a s$  MRU es caso especial MRUA con  $a=0$ .

	Traslación	Rotación		SI	Relación
	s	$\theta$	$\theta$	rad	$s = \theta R$
$\vec{v} = d\vec{r}/dt$	v	$\omega$	$\omega = d\theta/dt$	rad/s	$v = \omega R$
$\vec{a} = d\vec{v}/dt$	a	$\alpha$	$\alpha = d\omega/dt$	rad/s <sup>2</sup>	$a_t = \alpha R$

Circular: expresiones similares cambiando variables traslación por rotación

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n \quad \vec{u}_t = \vec{v}/v \quad \vec{a}_t = a \cdot \vec{u}_t$$

$$a_n = \omega \cdot v = \omega^2 \cdot R = \frac{v^2}{R}$$

### 0.2 Dinámica

Momento lineal  $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$  2ª Ley Newton  $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$  si  $F=0$   $\vec{p} = cte$ ,  $\vec{F} = m\vec{a}$  Ley Hooke:  $F = -kx$

### 0.3 Trabajo, energía, potencia

Trabajo si  $F$  es cte, despl recta  $W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x} = F \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha$  (En 2º Bachillerato  $W_{A \rightarrow B} = \int_A^B \vec{F} d\vec{l}$ )

Energía cinética  $E_c = \frac{1}{2} m v^2$  E potencial elástica  $E_{pe} = \frac{1}{2} k x^2$  E<sub>p</sub> gravitatoria  $E_{pg} = mgh$  (si  $g = cte$ )

Energía mecánica  $E_m = E_c + E_p$   $W_{Fconserv} = -\Delta E_p$

Conservación Energía mecánica  $\Delta E_m = W_{NoConservativo}$  ( $\Delta E_m = 0$  si no hay fuerzas no conservativas)

Teorema fuerzas vivas  $W_{total} = \Delta E_c$ ; Potencia = Energía/tiempo

### 0.4. Movimiento oscilatorio

$$f = 1/T \quad \omega = 2\pi f \quad k = m\omega^2 \quad x(t) = A \cos(\omega t + \phi_0) \quad \text{Muelle vertical: } mg = k \Delta l$$

$$v(t) = -A \omega \sin(\omega t + \phi_0) \quad v = \pm \omega \sqrt{(A^2 - x^2)} \quad a(t) = -A \omega^2 \cos(\omega t + \phi_0) \quad a(x) = -\omega^2 x$$

$$E_c = \frac{1}{2} k (A^2 - x^2); E_p = \frac{1}{2} k x^2; E_m = E_c + E_p = E_{c\max} = E_{p\max} = \frac{1}{2} k A^2 \quad \text{Péndulo: } T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

### 1. Movimiento ondulatorio

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f = \frac{\omega}{k} \quad y(x, t) = A \cos(\omega t \pm kx + \phi_0) \quad \text{Doppler: } f' = f \frac{v \pm v_{ob}}{v \pm v_{fo}}$$

$$\omega t \pm kx = 2\pi \left( \frac{t}{T} \pm \frac{x}{\lambda} \right) = \omega \left( t \pm \frac{x}{v} \right) = k(vt \pm x) \quad \Delta \phi = \omega \Delta t \pm k \Delta x \quad \text{Para } t \text{ ó } x \text{ fijo: } \Delta \phi = k \Delta x \text{ y } \Delta \phi = \omega \Delta t.$$

Ondas estacionarias  $y(x, t) = A \cos(\omega t - kx) - A \cos(\omega t + kx) = A_r \sin(\omega t)$  donde  $A_r = 2A \sin kx$

Nodos  $A_r = 0 \rightarrow x_N = n \cdot \lambda/2$ . Vientres  $A_r = 2A \rightarrow x_V = (2n-1) \cdot \lambda/4$ . Expresiones límites fijos y/o abiertos

### 2. Sonido

$$I = \frac{E}{S \cdot t} = \frac{P}{S} [W/m^2] \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \frac{A_1}{A_2} \quad \beta(dB) = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

### 3. Gravitación

Principio de superposición: aplica a fuerzas, campos, energía potencial y potencial

$$\vec{F} = -G \frac{Mm}{r^2} \vec{u}_r \quad \vec{E}_g = \vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} = -G \frac{M}{r^2} \cdot \vec{u}_r \quad \vec{F} = m \vec{g} \quad E_p = -G \frac{Mm}{r} \quad V = -G \frac{M}{r}$$

Leyes de Kepler: 1ª Ley de las Órbitas; 2ª Ley de las áreas  $\vec{L}_o = \vec{r} \times \vec{p}$ ,  $\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} \frac{|\vec{L}|}{m} = \frac{|\vec{L}|}{2m} = cte$ ;

3ª Ley de los periodos. Para caso órbita circular, igualando fuerza centrípeta y gravitatoria: (En caso órbitas elípticas expresiones T y E<sub>m</sub> son válidas cambiando R por el semieje mayor)

$$\frac{T^2}{R_o^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \Rightarrow T^2 \propto R_o^3$$



Energías en órbita circular:  $E_c = \frac{|E_p|}{2} = \frac{1}{2} G \frac{Mm}{R_o}$   $E_m = E_c + E_p = \frac{E_p}{2} = -E_c = -\frac{1}{2} G \frac{Mm}{R_o}$

Energías y velocidades lanzamiento/escape/satelización: igualar  $E_m$  en ambas situaciones.

$v_L = \sqrt{2GM \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R+h} \right)}$   $v_e = \sqrt{2G \frac{M}{R}}$   $v_s = \sqrt{2GM \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{2R_o} \right)}$

#### 4. Campo eléctrico

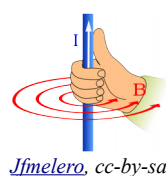
$\vec{F} = K \frac{Qq}{r^2} \vec{u}_r$   $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q^+} = K \frac{Q}{r^2} \cdot \vec{u}_r$   $\vec{F} = q\vec{E}$   $E_p(r) = K \frac{Qq}{r}$   $V = K \frac{Q}{r}$   $E_p = qV$

$|\vec{E}| = \text{constante} \rightarrow \Delta V = E \cdot d$   $\Delta E_p = q \cdot \Delta V = q \cdot E \cdot d$   $W = -q \cdot \Delta V$

Gauss:  $\Phi_c = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\Sigma Q}{\epsilon_0}$  Placa:  $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$  Entre placas:  $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$  Hilo:  $\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_0} \vec{u}_r$

#### 5. Campo magnético (además fórmulas, algún diagrama y ley Ohm)

Fuerza sobre carga:  $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$  Si  $\vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow qvB = m \frac{v^2}{R}$   $(\vec{v}_1 \times \vec{v}_2) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$

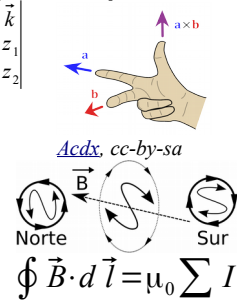


*Jfmelero, cc-by-sa*

B creado por; Hilo rectilíneo:  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$  Espira en su centro:  $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$

Solenoid interior:  $B = \frac{\mu_0 N I}{l}$  Espiras próximas:  $B = \frac{\mu_0 N I}{2R}$

Fuerza sobre hilo  $\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B})$  Momento  $\vec{M} = I(\vec{S} \times \vec{B})$  Ampère  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \Sigma I$



#### 6. Inducción (se asume conocida ley de Ohm)

$\epsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$   $\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{s}$  Si es plana y B uniforme:  $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos \alpha$



*Dibujo muestra caras de las espiras orientadas al imán*

#### 7. Óptica física

$n = \frac{c}{v}$   $c = \lambda_0 f$ ;  $\lambda = \frac{c}{nf}$ ;  $n = \frac{\lambda_0}{\lambda}$ ;  $n_1 \lambda_1 = n_2 \lambda_2$   $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$  Ángulos desde la normal.

$\text{sen}(\theta_1) n_1 = \text{sen}(\theta_2) n_2$   $\frac{\text{sen}(\theta_1)}{\text{sen}(\theta_2)} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$   $\frac{\text{sen} l}{\text{sen} 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1} \rightarrow l = \text{arcsen}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$

#### 8. Óptica geométrica (DIN 1335, trazados de rayos, visión y sistemas)

Espejo esférico:  $\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$   $A = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$   $f = f' = \frac{r}{2}$  Sistemas  $s'_1 - d = s_2$

Lente delgada:  $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$   $A = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$   $f = -f'$   $P = \frac{1}{f'}$   $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = (n_L - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$  *Dioptrías*

#### 9. Física relativista

$\beta = \frac{v}{c}$   $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$   $\Delta t' = \gamma \Delta t$   $\Delta x' = \frac{\Delta x}{\gamma}$  "Masa relativista"  $m_{rel} = \gamma m_{reposito}$

$E = \gamma mc^2$   $p = \gamma mv$   $E^2 = (mc^2)^2 + (pc)^2$   $E_{cinética} = E_{total} - E_{reposito} = (\gamma - 1) mc^2$

#### 10. Física cuántica

$E = hf$   $hf = W_0 + \frac{1}{2} m v_{máx}^2$   $\lambda_{De Broglie} = \frac{h}{p}$   $\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{2} = \frac{h}{4\pi}$   $\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{2}$

#### 11. Física nuclear (tipos de radiación $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ )

$\Delta m = \text{Masa calculada (N,Z)} - \text{Masa Experimental}$  (Masa calculada =  $N \cdot m_n + Z \cdot m_p$ )

$\frac{N(t)}{N_0} = \frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t} = e^{-\frac{t}{\tau}} = 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}$   $A = \lambda \cdot N$   $\tau = \frac{1}{\lambda}$   $T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = \ln(2) \cdot \tau$

