



Estos pretenden ser unos apuntes de teoría, que son al mismo tiempo “resumen” por el nivel bachillerato y amplios por el tema tratado, que es complejo y sobre el que se puede profundizar mucho, por lo que se intentan citar ideas que animen y orienten a saber más. Ver ejercicios en [www.fiquipedia.es](http://www.fiquipedia.es). Se trata la parte de física relativista del bloque de 2º Bachillerato LOMCE “Física del siglo XX” que se implanta en el curso 2016-2017, cubriendo contenidos, y a veces citando criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables.

## 1. Relatividad en física clásica

La relatividad clásica/Galilei fue formulada por Galileo Galilei en sXVII indicando que con experimentos mecánicos no se puede comprobar si un sistema está en reposo o en movimiento uniforme. A veces es citada también como relatividad Newtoniana, ya que las leyes de la mecánica de Newton se cumplen en todos los sistemas inerciales. Se utiliza el término “invariancia galileana” para reflejar que las leyes son invariantes frente a la transformación de Galilei que cambia de coordenadas espaciales y temporales entre dos sistemas de referencia inerciales, asumiendo implícitamente la existencia de espacio y tiempo absolutos e independientes entre sí. Un efecto conocido de la transformación de Galilei es que la adición de velocidades: la velocidad respecto a un sistema de referencia suma o resta la velocidad de este sistema respecto a otro sistema de referencia. La relatividad clásica se puede resumir indicando que una ley válida de la naturaleza no puede estar formulada referida a un sistema de referencia concreto, sino que tiene que tener la misma forma matemática en todos los sistemas de referencia inerciales.

>Si decimos leyes de Newton y no de Isaac, debemos decir relatividad de Galilei y no de Galileo.

## 2. La crisis de la física clásica

A finales sXIX surge un problema al planteamiento de la relatividad clásica: la velocidad de la luz en el vacío  $c$  surge de solución ecuaciones de Maxwell en cualquier sistema de referencia, por lo entra en conflicto la adición de velocidades de la transformación de Galilei con las ecuaciones de Maxwell que son leyes físicas del electromagnetismo. Se propone como solución que  $c$  sea la velocidad de las ondas respecto un éter en reposo, siendo las ecuaciones de Maxwell solamente válidas en un sistema en reposo respecto éter. En sXIX también se buscaba el éter luminífero al asumir que una onda transversal necesitaba un medio.

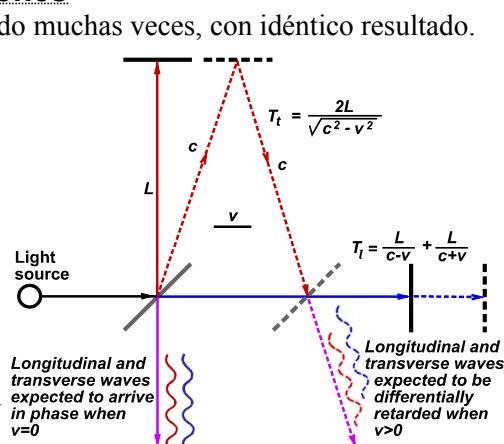
### 2.1. Experimento de Michelson y Morley. Implicaciones

1887 por Michelson y Morley, pero desde 1881 hasta 1930 repetido muchas veces, con idéntico resultado.

La idea básica era detectar el efecto del “viento de éter” en la velocidad de propagación de la luz cuando es a favor o en contra del movimiento orbital de la Tierra respecto al éter. Experimento con interferómetro, detectar variaciones de fase en la luz por variación velocidad de la luz según dirección de propagación, en dos trayectos perpendiculares. El recorrido total estacionario generaba cierto patrón de interferencia, pero con desplazamiento en éter distinto recorrido y desplazamiento en la interferencia.

Montaje cuidadoso: bloque granito sobre mercurio. El desplazamiento fue mucho menor de lo esperado y fue una primera prueba contra la existencia de éter y la base para la teoría de la relatividad. Es citado como “*el experimento fallido más famoso de la historia*”;

Michelson obtuvo el Nobel en 1907. El experimento hace que no sea posible la transformación de Galilei junto con espacio y tiempo absoluto, ya que las velocidades no son aditivas; la velocidad de la luz es constante desde cualquier sistema de referencia, y eso no puede ser explicado con la física clásica.



### 2.2. Otros experimentos precursores de la teoría de la relatividad

Se pueden citar tres: el experimento de Fizeau de velocidad de la luz en agua en movimiento / coeficiente de arrastre de Fresnel, la aberración estelar / astronómica y el problema del imán y el conductor.

## 3. Introducción a la Teoría Especial de la Relatividad

Einstein en 1905 formula la teoría de la relatividad especial (o restringida: sólo aplica a sistemas de referencia inerciales), que se basa en dos postulados, aparentemente sencillos pero de los que derivan todas las consecuencias asociadas a la Teoría Especial de la Relatividad, como que no sea válida siempre la adición de velocidades.

### 2.1. Postulados de la Teoría Especial de la Relatividad

1. Principio de relatividad (Galilei); las leyes físicas son las mismas (se expresan con las mismas ecuaciones)



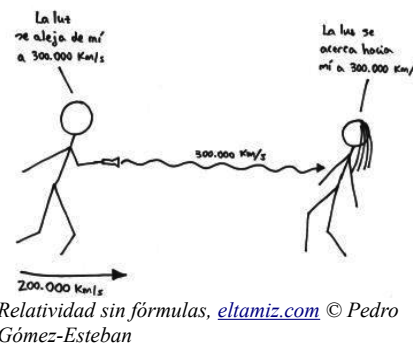


en sistemas inerciales (que se mueven a velocidad constante unos respecto a otros).

2. Velocidad de la luz en el vacío es constante para todos los sistemas inerciales, independiente del movimiento fuente y observador.

El primer postulado implica que no existen sistemas de referencia absolutos; no es posible mediante experimentos físicos determinar si un sistema está en reposo o movimiento, siempre es relativo.

El segundo postulado concuerda con las ecuaciones de Maxwell, explica el experimento de Michelson y Morley, y rechaza el éter; el único sistema de referencia desde el que medir la velocidad de la luz es el ligado a un observador.

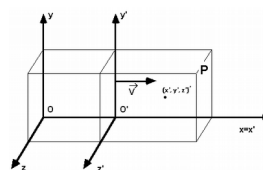


#### 4. Transformaciones de Lorentz. Sistemas de referencia

Se abandona transformación de Galilei por transformación Lorentz, que es coherente con los dos postulados: las ecuaciones de Maxwell son invariantes con la transformación de Lorentz y la velocidad de la luz es constante para todo sistema de referencia inercial. La transformación de Lorentz utiliza dos parámetros  $\beta$  y  $\gamma$ , con esta definición:

$$\beta = \frac{v}{c} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

Donde  $0 \leq \beta \leq 1$ ,  $\gamma \geq 1$



Berkeley Science Books

$x' = \gamma(x - vt)$	$x' = x - vt$
$y' = y$	$y' = y$
$z' = z$	$z' = z$
$t' = \gamma(t - vx/c^2)$	$t' = t$
Lorentz	Galilei ( $\beta \approx 0$ y $\gamma \approx 1$ )

La **transformación de coordenadas** afecta al tiempo, ya que tiene que cambiar al ser c constante.

Asumiendo que ambos sistemas de referencia se desplazan respecto eje x, y los orígenes O y O' coinciden  $t=t'=0$ , se obtienen las expresiones indicadas.

Para velocidades pequeñas,  $\beta \approx 0$  y  $\gamma \approx 1$ , se obtienen expresiones clásicas en transformación; la transformación de Galilei. También existen expresiones para la transformación inversa.

La **transformación de velocidad** con desplazamiento respecto eje x afecta a las tres componentes de la velocidad porque velocidad depende del tiempo.

La composición de velocidades (un sistema se mueve con una velocidad respecto a otro, y un objeto se mueve con cierta velocidad en uno de ellos) tiene sus expresiones que reflejan el hecho de que **no sean aditivas como en la transformación de Galilei**.

La velocidad v es la velocidad entre sistemas de referencia; para no confundir velocidades se suele utilizar la letra u y u' para velocidades medidas desde los sistemas, por ejemplo  $u_x = dx/dt$  y  $u'_x = dx'/dt'$ . El valor de  $\gamma$  tiene v en su fórmula, y en las transformaciones de Lorentz (coordenadas, velocidad) hace referencia a la v entre sistemas, pero cuando se manejan otras expresiones como momento relativista en  $\gamma$  se usa la velocidad respecto al único sistema que manejemos (realmente velocidad entre el sistema de referencia y el sistema propio ligado al objeto puntual).

> ¿Qué criterio usar para considerar v relativista, aparte de "ser próxima a c"? Se suele usar  $v \geq 0,14c$ , ya que para en ese caso  $\gamma = 1,01$  (difiere de la unidad en un 1%), y aunque depende del cálculo en concreto, se puede considerar que una aproximación válida supondría un error menor del 1%, y que errores superiores son aproximaciones inválidas. Si  $v = 0,2c$ ,  $\gamma = 1,02$ .

#### 5. Repercusiones de la Teoría Especial de la Relatividad

Algunas implicaciones se ilustran a menudo con ejemplos de experimentos mentales, pero el experimento mental no es en sí el concepto, que se intenta explicar primero cualitativamente y luego poner ejemplos. Inicialmente Lorentz, Fitzgerald, Poincaré propusieron contracción distancia y dilatación tiempo, pero manteniendo espacio y tiempo absolutos; en relatividad de Einstein surgen como consecuencias postulados.

##### 5.1. Espacio-tiempo, suceso, línea de universo

Concepto de **espacio-tiempo**, sistema de referencia de 4 dimensiones, 3 espaciales y 1 temporal; unidas ya que en transformación de Lorentz las magnitudes ya no están desligadas entre sí. Matemáticamente se utiliza el espacio-tiempo de Minkowski. Un **suceso/evento** es un punto en el espacio-tiempo definido por 4 coordenadas, y como están ligadas, un cambio de sistema de referencia supone un cambio de coordenadas del evento en el espacio-tiempo mediante la transformación de Lorentz, no solamente de coordenadas espaciales. La idea es que la realidad subyacente en el espacio-tiempo es la misma, la distancia en espacio-tiempo coincide pero la distancia en espacio y en tiempo depende del observador y su sistema de referencia; se comparan utilizando la velocidad de la luz como referencia común.

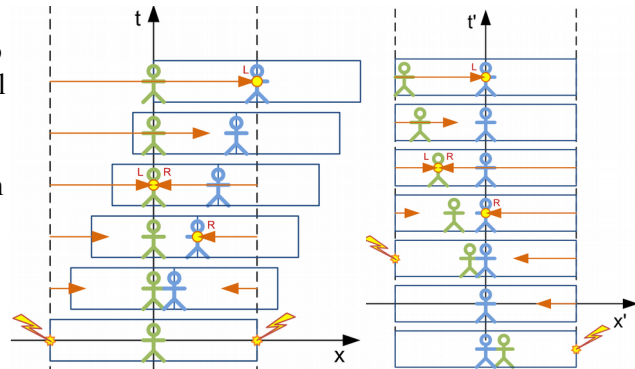




### 5.2. Relatividad de la simultaneidad

De la transformación de Lorentz se puede ver que  $\Delta t' = \gamma(\Delta t - v\Delta x/c^2)$ , y que  $\Delta t = 0$  (eventos simultáneos en un sistema de referencia) no implica  $\Delta t' = 0$ , salvo que  $\Delta x = 0$  ó  $v = 0$ . No existe tiempo absoluto ni simultaneidad absoluta para todos los observadores. Dos sucesos que ocurren en lugares separados espacialmente son simultáneos para un observador si recibe información (con la luz) al mismo tiempo de ambos, pero para otro observador inercial en movimiento relativo respecto al primero ocurren en instantes de tiempo distintos.

Un ejemplo de experimento mental para visualizarlo es la simultaneidad, para una persona en el andén y un viajero en un tren en movimiento, ambos en la posición central, de un envío simultáneo desde los extremos del andén de señales luminosas hacia el centro: para el observador en el andén serán simultáneos, para el observador en el tren no lo serán.

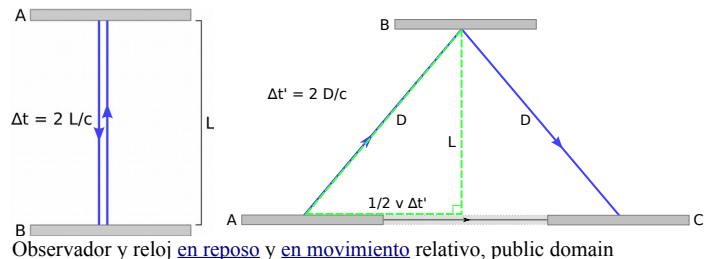


Wikimedia, Vgroot, cc-by-sa

### 5.3. Dilatación temporal

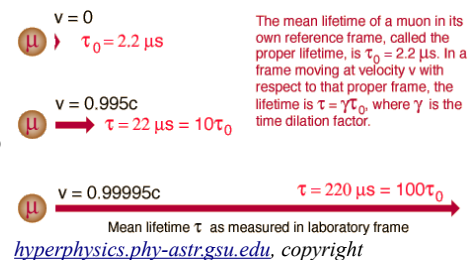
Medimos tiempo como la separación temporal entre dos eventos en la misma posición para mismo sistema. De la transformación de Lorentz se puede derivar que  $\Delta t' = \gamma \Delta t$  si  $\Delta x = 0$ , por lo que el intervalo de tiempo entre dos sucesos será mayor si el observador (sistema referencia) está en movimiento que si el observador está en reposo, y ese aumento se considera dilatación del tiempo. (Se puede derivar también que  $\Delta t = \gamma \Delta t'$  si  $\Delta x' = 0$  y puede parecer contradictorio, pero es notación, ya que tienen premisas distintas, y refuerza la idea de que según el principio de relatividad, la elección de sistema de referencia inercial no afecta al resultado) Estos dos sucesos pueden ser cualquier evento físico, no solamente la llegada de un rayo de luz, de modo que aplica a todas las leyes físicas, por lo que aplica por ejemplo a la química y la vida.

Un ejemplo de experimento mental para visualizarlo es realizar un “reloj” cuyo “tic” es que un rayo de luz suba y baje un tramo L entre dos espejos. El tiempo del “tic” para una observador en reposo respecto al espejo es  $\Delta t = 2L/c$ , distinto al de un observador en movimiento a velocidad v, que será  $\Delta t' = 2D/c$  siendo  $D = \sqrt{L^2 + (1/2 v \Delta t')^2}$ , que operando lleva a  $\Delta t' = \gamma \Delta t$ . Dilatación de tiempo implica que el reloj va “más despacio”, su “tic” dura más.



Observador y reloj en reposo y en movimiento relativo, public domain

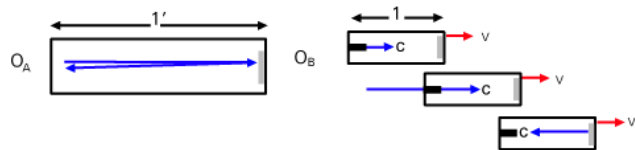
Un ejemplo real de dilatación del tiempo es la vida media de los muones que se producen en la parte exterior de la atmósfera; medida desde la Tierra, vemos que el reloj del muón va más lento / tiempo se dilata (respecto a tiempo propio) y vemos vida media mayor. Similar la ampliación de alcance de partículas aceleradas y detección, cuando tienen una vida muy corta. Otro ejemplo son los relojes atómicos en movimientos rápidos (satélites GPS y experimento de [Hafele-Keating](#)), aunque parte de la dilatación temporal es asociada a gravitación, que enlaza con Relatividad General.



### 5.4. Contracción espacial

Medimos longitud como separación espacial entre dos puntos en el mismo instante para el mismo sistema. De la transformación de Lorentz se puede derivar que  $\Delta x' = \Delta x / \gamma$  si  $\Delta t' = 0$ . (De manera similar a la dilatación temporal se puede derivar también que  $\Delta x = \Delta x' / \gamma$  si  $\Delta t = 0$ ) La distancia espacial entre dos sucesos será menor si el observador (sistema referencia) está en movimiento que la medida si el observador está en reposo, y esa disminución se considera contracción de la longitud.

Un ejemplo de experimento mental es la medición de longitud basada en la medida del tiempo que tarda un rayo de luz entre los extremos del objeto a medir. Un observador en reposo medirá  $\Delta t = 2L/c$ , y un observador que se mueve en la dirección del rayo de luz con velocidad v medirá  $\Delta t' = L/(c-v) + L/(c+v) = \gamma^2 \cdot 2L'/c$ . Como  $\Delta t' = \gamma \Delta t$ , se llega a  $L' = L/\gamma$ .



Observador en reposo y en movimiento. [www.sparknotes.com](http://www.sparknotes.com), copyright





Un ejemplo real de contracción de longitud es la distancia recorrida por los muones que se producen en la parte exterior de la atmósfera medida desde el muón, que ve menor la distancia a recorrer.

### 5.5. Límite superior de velocidad

Como no se puede hablar de simultaneidad absoluta, según para qué observador ciertos sucesos pueden haber ocurrido al tiempo, o uno antes o después otro, pero siempre se cumple la **causalidad**; si un suceso es causa de otro siempre ocurre antes, ya que nunca se ha observado el efecto antes que la causa. Si algo fuera a mayor velocidad que  $c$  en un sistema de referencia, estaría viajando al pasado en otro sistema y violando la causalidad, por lo que la luz es un límite superior de velocidad.

Otra manera de ver la velocidad de la luz como límite para objetos con masa en reposo está relacionada el hecho de que en la transformación de Lorentz aparecerían números imaginarios, y con la equivalencia entre masa y energía y la necesidad de aportar infinita energía para acelerar hasta  $c$ .

### 5.6. Relación entre la masa en reposo y su velocidad con la energía. Masa relativista

Es habitual encontrar las expresiones “variación de la masa con la velocidad” y “masa relativista”, pero es delicado porque hay distintos puntos de vista sobre si usar esas expresiones; por ello yo siempre intento citar entre comillas “masa relativista”. La confusión surge del hecho de que “en la vida normal” la gente maneja concepto de masa (no momento y energía), por lo que si en lugar de utilizar fórmulas relativistas se pueden usar fórmulas clásicas “de la vida normal” con “el mismo efecto” a costa de hablar de “masa relativista” y “aumento de masa” aunque no sea físicamente correcto, a veces se hace.

Existe un concepto claro, que es el de masa en reposo o **masa invariante**, que es una propiedad de un objeto independiente del observador. Una partícula como un electrón tiene su masa que no varía, ya que es una propiedad del electrón como su carga, la mide quien la mide: si tuviera otro valor no sería esa partícula. La “masa relativista” se define como  $m_{rel} = \gamma m$ , siendo  $m$  la masa en reposo (a veces indicada como  $m_0$ ) Einstein dijo “No es bueno introducir el concepto de masa [relativista]  $M = \gamma m$  de un cuerpo en movimiento para el que no se puede dar una definición clara. Es mejor introducir sólo el concepto de “masa en reposo”  $m$  y mencionar la expresión de momento y energía de un cuerpo en movimiento”. La “masa relativista” se introduce porque permite usar la expresión “clásica” del momento lineal  $p_{rel} = m_{rel} v$  (realmente es  $p = \gamma m v$ ) y se

cumple la expresión “clásica”  $\vec{F} = \frac{d\vec{p}_{rel}}{dt}$ , aunque no se cumple  $\vec{F} = m_{rel} \vec{a}$ .

La “masa relativista” sirve para introducir la idea cualitativa de que un sistema en movimiento tiene mayor inercia y necesita mayor fuerza y cantidad de energía para ser acelerado.

En general en física se usa el concepto masa para hacer referencia a la masa en reposo, que es la única masa real, y el concepto de energía se usa en lugar de “masa relativista” asociado a equivalencia masa y energía.

### 5.7. Equivalencia entre masa y energía

La **energía relativista** de un cuerpo en movimiento (sin energía asociada a interacciones) es  $E^2 = (mc^2)^2 + (pc)^2$  ( $m$  es masa en reposo, equivalente a  $E = \gamma mc^2$  si  $m \neq 0$ ), donde aparecen dos partes,  $mc^2$  y  $pc$ , que se pueden ver como catetos relacionados con hipotenusa  $E$  con Pitágoras.

La expresión lleva a la velocidad de la luz como límite de velocidad, ya que se puede ver que  $v/c = pc/E$  siempre  $\leq 1$ .

Podemos hablar de tres energías, dos de ellas catetos:

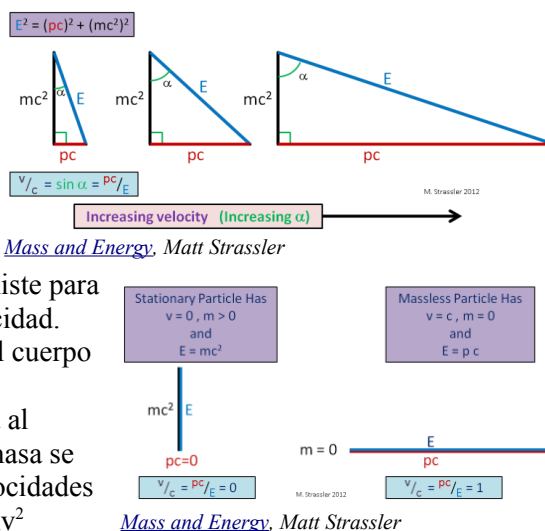
-**Energía en reposo** (asociada a la masa), (si  $v=0$ ),  $E = mc^2$ , existe para todos los observadores independientemente de que haya velocidad.

-**Energía asociada al momento**:  $E = pc$ . Tiene valor aunque el cuerpo no tenga masa.

-**Energía cinética relativista**:  $E_c = E_{total} - E_{reposito}$ , es la asociada al movimiento. Si  $m=0$  es la asociada al momento, pero si hay masa se puede expresar como  $E = (\gamma - 1)mc^2$ , y si aproximamos para velocidades muy bajas,  $v \ll c$ , tenemos la expresión no relativista  $E_c = \frac{1}{2}mv^2$

La famosa expresión  $E = mc^2$  lleva a la equivalencia entre masa y energía, pero ojo: en esa expresión la  $E$  solamente es la asociada a la masa, no la  $E$  total salvo que  $v$  sea cero. En el caso de partículas sin masa, como los fotones, toda la energía es cinética relativista,  $E = pc$ , y siempre viaja a la velocidad de la luz.

En física de partículas de alta energía es habitual hablar eV tanto para energía como para masa, sobrentendiendo en masa  $eV/c^2$ . Por ejemplo se puede oír o leer que la masa del bosón de Higgs son unos 126 GeV, cuando realmente son  $126 \text{ GeV}/c^2$ .





### 5.7.1. Conservación de la energía

La Energía relativista (E) y las 3 coordenadas del momento lineal, que están separadas en mecánica clásica, están ligadas en relatividad en un cuadvectores (cuadrivector), similar a espacio-tiempo de 4 dimensiones. E y p se conservan para cada observador, aunque cada observador mida distintos valores de E y p. Las magnitudes que dan mismo valor medidas desde distintos sistemas se llaman “invariantes relativistas”. La masa total de un sistema se conserva por estar relacionada con E y p que se conservan:  $E^2=(mc^2)^2+(pc)^2$ . La masa total de un sistema SÍ es invariante relativista, aunque no lo sea E ni p. La masa total de un sistema NO es la suma de masas de los objetos que lo forman, sino que viene nada por la expresión  $E^2=(mc^2)^2+(pc)^2$ . **Por ello la suma de las masas de los objetos que forman un sistema no se conserva:** un ejemplo es el bosón de Higgs con masa que pasa a dos fotones sin masa.

*Por el teorema de Noether, la existencia de una simetría implica que existe una cantidad que se conserva: La conservación de energía está asociada a que las leyes de la física son las mismas en cualquier instante de tiempo, conservación de momento asociada a que leyes son las mismas en cualquier punto del espacio.*

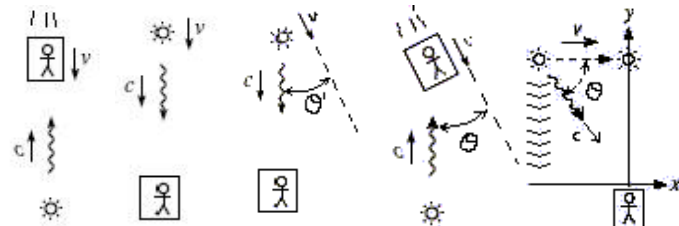
## 6. Anexos/temas para profundizar

### 6.1. Doppler con ondas electromagnéticas y relatividad. Doppler relativista

La idea de Doppler ya vista en bloques ondas y óptica física; si además v es relativista, hay dilatación temporal según el sistema de referencia, por lo que es necesaria corrección relativista incluyendo  $\gamma$ . Usamos v como velocidad relativa entre foco y receptor; el término observador en relatividad se reserva para sistema de referencia. Se habla de Doppler oblicuo cuando la velocidad relativa es con cierto ángulo entre foco y receptor, y de Doppler transversal cuando ese ángulo, para uno de los observadores, es de 90°. El ángulo depende del observador, enlaza con aberración relativista. El Doppler transversal no tiene análogo clásico, ya que en ese instante la velocidad longitudinal relativa es cero, y se debe exclusivamente a la dilatación temporal.

Por sencillez aquí tratamos solamente Doppler longitudinal (oblicuo con ángulo 0°).

- Si asumimos sistema de referencia en foco, “foco en reposo”, v es velocidad del receptor luz (“observador en fórmula Doppler clásica”, que está en numerador de expresión clásica, y la velocidad del foco que va en denominador es 0), y además habrá dilatación temporal  $\Delta t'$ (en movimiento, receptor onda) =  $\gamma\Delta t$  (en reposo, foco), para el receptor de la onda el “tic de reloj” dura más, por lo que recibe mayor cantidad de oscilaciones de la onda/fotones por segundo propio del receptor y la frecuencia recibida aumenta “ $f'=f\gamma$ ”.



[relatividad.org](http://relatividad.org) Doppler relativista, oblicuo y transversal © Ángel Torregrosa

En este caso existen varias expresiones equivalentes para el término que relaciona f' y f:

$$f' = \gamma \frac{c \pm v}{c} f = \gamma (1 \pm \beta) f = \frac{(1 \pm \beta)}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cdot f = \frac{\sqrt{1 \pm \beta}}{\sqrt{1 \mp \beta}} f$$

Alejamiento relativo: f' ↓ (- en numerador)  
 Acercamiento relativo: f' ↑ (+ en numerador)

- Si asumimos sistema de referencia en receptor, “receptor en reposo”, v es velocidad del foco de luz (“foco en fórmula Doppler clásica”, que está en denominador de expresión clásica, y la velocidad del observador que va en numerador es 0), y además habrá dilatación temporal  $\Delta t'$ (en movimiento, foco) =  $\gamma\Delta t$ (en reposo, receptor onda), para el receptor el “tic de reloj” dura menos, por lo que recibe menor cantidad de oscilaciones de la onda /fotones por segundo propio del receptor y la frecuencia recibida disminuye “ $f'=f/\gamma$ ”

$$f' = \frac{1}{\gamma} \frac{c}{c \pm v} f = \frac{1}{\gamma} \frac{1}{(1 \pm \beta)} f = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 \pm \beta} f = \frac{\sqrt{1 \pm \beta}}{\sqrt{1 \mp \beta}} f$$

La expresión final es única: ambas son y deben ser equivalentes por el principio de relatividad: desde todos los sistemas de referencia inerciales el resultado es el mismo, la elección de sistema de referencia inercial no afecta al resultado. A veces se usa parámetro adimensional z= “desplazamiento hacia el rojo”; z>0 alejamiento “redshift” y z<0 acercamiento blueshift

El efecto Doppler relativista es una de las evidencias experimentales del Big Bang

### 6.2. Relatividad y electromagnetismo

La fuerza magnética se puede ver como un efecto relativista de la fuerza eléctrica, ya que según la relatividad todo fenómeno físico se describe con las mismas leyes en sistemas de referencia inerciales, y la fuerza magnética depende del sistema de referencia elegido, enlaza con el problema precursor de la relatividad del imán y el conductor. Sugerencia: MinutePhysics [How Special Relativity Makes Magnets Work](https://www.youtube.com/watch?v=Ujz31111111)





### 6.3. Velocidades superiores a la de la luz

Puede parecer una contradicción con lo visto, pero se citan ejemplos, no violan causalidad

-Radiación de Cherenkov es una radiación electromagnética emitida por partículas en un medio a velocidades superiores a la de la luz en ese medio. Produce luz azul en reactores nucleares.

-Velocidad de fase y la velocidad de grupo en ciertos materiales son superiores a la velocidad de la luz, pero no permiten envío de información a más velocidad que la velocidad de la luz.

### 6.4. Principio de equivalencia. Relatividad general

En 1917 Einstein enuncia la teoría General de la relatividad que contempla sistemas no inerciales basándose en su **principio de equivalencia**: “*las observaciones hechas en un sistema de referencia acelerado son indistinguibles de las observaciones hechas en un campo gravitatorio*”. Un experimento mental es realizar experimentos, incluso la propagación de la luz, en el interior de un ascensor, bien sea acelerado o bien cayendo por la gravedad. A partir de este principio se igualan inercia y gravitación; masa inercial y masa gravitacional son equivalentes. La masa afecta al espacio-tiempo y lo curva, haciendo que los movimientos de los cuerpos sigan esa curvatura, ya que el movimiento va asociado al espacio-tiempo, es el mismo para todos los cuerpos independientemente de su masa.

Como consecuencia de la relatividad general, existe dilatación temporal y contracción de longitud cuanto mayor es la gravedad. La luz emitida desde ciertas estrellas tiene desviación hacia el rojo distinta de la debida al efecto Doppler por movimiento.

### 6.5. Pruebas de la teoría de la relatividad

Además de algunas ya comentadas para la relatividad restringida (experimento Michelson y experimentos precursores, ejemplos dilatación temporal y contracción longitud), como pruebas de la relatividad general se pueden citar:

- La explicación de la precesión de la órbita de Mercurio
- La desviación de la luz de una estrella al pasar cerca del Sol observada en un eclipse en 1919
- El experimento de [Pound-Rebka](#) de medición de la desviación hacia el rojo gravitacional.

### 6.6. Paradojas sobre la relatividad

Se enuncian solamente algunas de las muchas paradojas (experimentos mentales aparentemente contradictorios) asociadas a la relatividad. La resolución de algunas utiliza diagramas de Minkowski.

*A veces se utiliza el concepto de experimento Gedanken (palabra alemana que significa pensamiento) para hacer referencia a los experimentos mentales (Thought experiments en inglés), idea que aplica tanto a física relativista como a física cuántica.*

-[Escalera y garaje/corredor](#): una escalera pasa a velocidad relativista a través de un garaje que tiene dos puertas en paredes opuestas, y ambos son de la misma longitud en reposo. Desde la referencia del garaje la escalera se contrae, y cabe en el garaje, pero desde la referencia de la escalera es el garaje el que se contrae, y no cabe. Para demostrar que cabe, mientras la escalera está dentro del garaje se cierran las puertas al tiempo y se abren, pero eso no permitiría pasar a la escalera con referencia en la escalera.

-[Paradoja de los gemelos o de los relojes](#): uno de dos gemelos hace un viaje a velocidades relativistas por lo que su tiempo se dilata y cuando regresa a la Tierra, el gemelo de la Tierra es más viejo que él. Pero desde el punto de vista del gemelo viajero, es el de la Tierra el que se mueve y el que debería envejecer menos.

### 6.7. Equivalencia expresiones

$E^2=(mc^2)^2+(pc)^2$  y  $E=\gamma mc^2$  son equivalentes si  $m \neq 0$  y  $p=\gamma mv$

$$E^2=(mc^2)^2+(pc)^2 \Rightarrow E^2=m^2 c^4+(\gamma mvc)^2 \Rightarrow E^2=m^2 c^4+\gamma^2 m^2 v^2 c^2 \Rightarrow E^2=m^2 c^2(c^2+\gamma^2 v^2)$$

$$E=m c \sqrt{c^2+\gamma^2 v^2} \Rightarrow E=m c \frac{c}{\sqrt{c^2}} \sqrt{c^2+\gamma^2 v^2} \Rightarrow E=m c^2 \sqrt{\frac{c^2}{c^2}+\gamma^2 \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow E=m c^2 \sqrt{1+\frac{1}{1-\beta^2} \beta^2}$$

$$E=m c^2 \sqrt{\frac{1-\beta^2+\beta^2}{1-\beta^2}} \Rightarrow E=\gamma m c^2$$

$E_c=(\gamma-1)mc^2$  y  $E_c=\frac{1}{2}mv^2$  son equivalentes para velocidades bajas, aproximando por series de Taylor y tomando los primeros términos.

[http://www.wolframalpha.com/input/?i=taylor+series+at+x%3D0++1%2Fsqrt\(1-x%5E2%2Fa%5E2\)](http://www.wolframalpha.com/input/?i=taylor+series+at+x%3D0++1%2Fsqrt(1-x%5E2%2Fa%5E2))

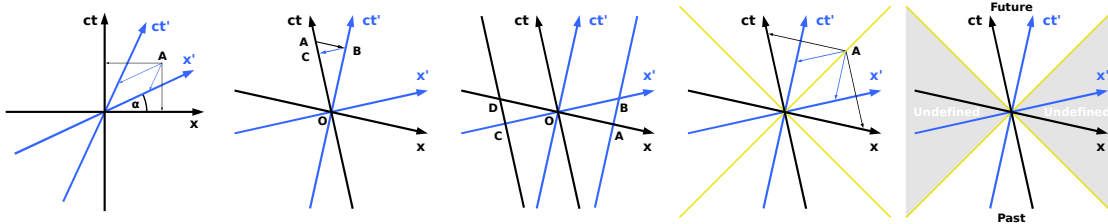
$$E_c=(\gamma-1)mc^2=(1+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}+\frac{3}{8}\frac{v^4}{c^4}+\frac{5}{16}\frac{v^6}{c^6}+\dots)mc^2 \Rightarrow Para v \ll c \Rightarrow E_c \approx \frac{1}{2}mv^2$$



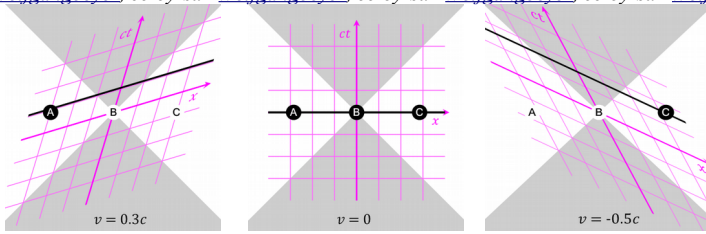


### 6.8. Diagramas de Minkowski

Reduciendo dimensiones espaciales se puede representar el espacio-tiempo de forma geométrica tridimensional (conos de luz), y bidimensional (diagramas espacio-tiempo de Minkowski), que permiten realizar explicaciones de fenómenos. En estas representaciones la **línea de universo** es la trayectoria de una partícula en el espacio-tiempo, es una sucesión causal de eventos. En un diagrama de Minkowski se representa  $ct$  frente a  $x$  formando  $90^\circ$ , de modo que las líneas de universo pasa por el origen, y la línea de universo de un fotón a velocidad  $c$  es una línea que forma  $45^\circ$ . La idea esencial del espacio-tiempo es que la coordenada temporal respecto un sistema de referencia no es la misma que en otro sistema con movimiento relativo, ya que no se cumple la transformación de Galilei sino la de Lorentz. Los ejes  $ct'$  y  $x'$  asociados a sistema en en movimiento no forman  $90^\circ$  sino un ángulo agudo, y las coordenadas espaciales y temporales son las longitudes de segmentos paralelos los nuevos ejes que pasan por el evento. Como no hay sistema de referencia privilegiado, para que ninguno tenga  $90^\circ$  se hacen diagramas simétricos llamados de Loedel. Se muestran diagramas de Minkowski/Loedel asociados a distintos fenómenos relativistas



*Diferentes coordenadas., Wolfgangbeyer, cc-by-sa*    *Dilatación del tiempo, Wolfgangbeyer, cc-by-sa*    *Contracción longitud, Wolfgangbeyer, cc-by-sa*    *Constancia velocidad luz, Wolfgangbeyer, cc-by-sa*    *Causalidad, cono de luz, Wolfgangbeyer, cc-by-sa*



*Relatividad simultaneidad, v=0,3c, Acdx, cc-by-sa*    *Relatividad simultaneidad, v=-0, Acdx, cc-by-sa*    *Relatividad simultaneidad, v=-0,5c, Acdx, cc-by-sa*

