



Estos pretenden ser unos apuntes de resumen solamente de teoría, ver ejercicios en [www.fiquipedia.es](http://www.fiquipedia.es). Se trata el bloque de 2º Bachillerato LOMCE “Óptica geométrica” que se implanta en el curso 2016-2017, cubriendo contenidos, y a veces citando criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables.  
*Recomendación: en problemas de este bloque citar siempre la **aproximación paraxial** y la norma DIN 1335.*  
La separación entre óptica física y óptica geométrica es un criterio personal:

**Óptica geométrica:** realiza el estudio de los fenómenos luminosos utilizando el concepto de rayo.

- Medios homogéneos e isótropos, propagación rectilínea de la luz que indica dirección propagación: **rayo**
- Rayos son independientes entre sí: no son alterados si se cruzan.
- Rayos siguen trayectorias reversibles: su trayectoria es independiente del sentido de propagación.
- Se cumplen leyes reflexión y refracción, pero se manejan otras expresiones: típico posiciones no ángulos.

## 1. Conceptos básicos óptica geométrica

- Habitualmente solo se consideran superficies planas y/o esféricas con aproximación paraxial.
- **Dioptrio:** conjunto formado por dos medios transparentes con índices de refracción distintos, separados por una superficie. Según la superficie puede ser plano o esférico. Lente construible con dos dioptrios.
- **Centro de curvatura, radio de curvatura** son relativos a un dioptrio esférico o un espejo esférico.
- **Sistema óptico:** conjunto de varios dioptrios y/o espejos (varios elementos ópticos, aunque a veces se usa el término sistema óptico para hacer referencia a un único elemento, lente o espejo)
  - **Sistema óptico centrado:** todos los centros de curvatura están en una misma recta, llamada eje óptico.
  - **Eje [de simetría] óptico o eje principal:** eje común a todas las superficies del sistema óptico centrado.
- **Vértice o centro óptico de un dioptrio o espejo:** punto de intersección entre dioptrio esférico o espejo y eje óptico. En lentes se puede decir que es el punto tal que todo rayo que pasa por él no se desvía.
- **Objeto:** elemento del que parten los rayos. **Imagen:** elemento donde convergen rayos que salen de objeto.
- **Imagen real** de A: si los rayos procedentes de punto A tras propagarse por un sistema óptico convergen en un punto A', este punto se llama imagen real de A. Las imágenes reales pueden recogerse en una pantalla.
- **Imagen virtual** de A: si los rayos procedentes de un punto A tras propagarse un sistema óptico divergen – son las prolongaciones (en sentido contrario al de propagación) las que se cortan en un punto A', este punto recibe el nombre de imagen virtual del A. No pueden recogerse sobre una pantalla.
- **Foco imagen [F']:** punto imagen de un punto situado en el infinito por la izquierda, de modo que sus rayos llegan paralelos al sistema óptico de izquierda a derecha. “Es s' para  $s=\infty$ ”.
- **Foco [objeto] [F]=**punto tal que todos los rayos que salen de él y pasan por el sistema salen paralelos al eje óptico. “Es s para  $s'=\infty$ ”.
- Nota: foco a veces se usa en sentido de imagen “enfocada”: punto o región donde convergen los rayos.

### 1.1 Norma de representación DIN 1335. Resumen

- Sistema de coordenadas ortonormal: eje x es eje óptico, y origen de coordenadas el centro óptico: posiciones y distancias a la derecha y encima del origen son positivas, a izquierda y debajo son negativas.
- La dirección de salida de la luz coincide con el eje x positivo, se propaga de izquierda a derecha. Como la luz proviene del objeto, éste suele estar a la izquierda del centro óptico.
- Los rayos son representados con líneas con flechas para indicar su sentido de propagación
- Los puntos se representan con letras mayúsculas.
- Las distancias y segmentos se representan con minúsculas, o con nombre de punto inicial y final.
- Los elementos que hacen referencia a la imagen se designan con las mismas letras que hacen referencia al objeto, pero añadiéndoles una “prima”. Ejemplo s y s', **NO usar s<sub>i</sub> y s<sub>o</sub>!**
- La norma trata ángulos pero los trazados de rayos no suelen incluirlos salvo para deducir expresiones con posiciones. Sí es relevante que el criterio de ángulos permite tratar reflexión como refracción con  $n=-n'$

### Comentarios importantes sobre representación / nomenclatura / unidades y signos:

- Se usan unas letras habituales para ciertos elementos y distancias: s posición objeto (s' imagen), y/y' tamaño, C centro de curvatura, F/F' foco, R radio. (en condiciones normales el valor de  $f=F$ , y de  $r=R$ ).
- El rayo en su propagación se representa por una línea continua. Para la prolongación del rayo por donde no se propaga se utiliza una línea discontinua.
- Las lentes se pueden representar con una línea vertical recta, con símbolos para indicar tipo de lente (↑ lente convergente, flecha invertida divergente). Usar una recta es adecuado por la aproximación paraxial.
- La escala en eje x e y no tiene por qué ser la misma, y de hecho no suele serlo: en el eje y se amplía más para ver mejor los objetos y el trazado de rayos.
- No es necesario usar unidades SI, suele ser habitual cm ó mm, salvo al tratar dioptrías que requieren m.
- Debido a norma DIN 1335 los radios de curvatura y la distancia focal tienen signo: radio es positivo si el





centro de curvatura está la derecha, y negativo si centro curvatura en izquierda. **Atención a cada caso.**

- Debido a norma DIN 1335 el tamaño de un objeto puede ser positivo o negativo.
- ¿Convexo o cóncavo? porque depende de cómo se mire ... recordar mirar desde izquierda! (DIN 1335)

### Aproximación paraxial/zona de Gauss: rayos forman ángulos pequeños con eje óptico

Muchas expresiones de óptica geométrica asumen esta aproximación, que permite aproximar para  $\theta$  en rad  $\tan(\theta) \approx \theta$ ,  $\sin(\theta) \approx \theta$ , y  $\cos(\theta) \approx 1$ . Como en el trazado un rayo suele ir de objeto a centro, un ángulo esencial el que tiene como tangente (altura objeto)/foco. El error es del 1% tanto en  $\sin$  como  $\tan$  para  $0,176$  rad ( $\approx 10^\circ$ ) Rayos no paraxiales difuminan la imagen, ya que no se produce convergencia de rayos: aberración.

### 1.2 Formación de imágenes con trazado de rayos: guía práctica

El trazado de rayos supone una resolución totalmente geométrica "trazando los rayos con reglas en papel"

En aproximación paraxial los rayos o sus prolongaciones convergen: basta con dos rayos, pero hay varios útiles, que se llaman **rayos principales**, con uso distinto en espejos y dioptrio/lente.

-Los rayos que salen del objeto... (objetos se pintan sin anchura, con un flecha, se usa sólo vértice del objeto)

--y van paralelos al eje óptico: tras llegar a dioptrio/espejo/lente, su trayectoria pasa por el foco imagen.

--y pasan por centro óptico: no varían su trayectoria o son reflejados con mismo ángulo (espejo)

--y pasan por foco: tras llegar a dioptrio/espejo/lente, su trayectoria es paralela al eje óptico

--y pasan por centro curvatura: tras llegar a dioptrio/espejo(no lente), no varía dirección (sí sentido en espejo)

A veces se habla de "construcción de imágenes", que es un caso concreto de trazado de rayos a partir de objeto. También es posible construir el objeto mediante trazado de rayos a partir de la imagen.

### 1.3 Características de las imágenes formadas en sistemas ópticos

Se pueden predecir y determinar mediante ecuaciones ó trazados de rayos. Un atributo básico es la posición.

- **Tamaño:** indica si la imagen es mayor que el objeto. Los valores son "mayor, menor ó tamaño natural". No se tiene en cuenta el signo, que está asociado a la orientación.
- **Naturaleza:** los valores posibles son "real, virtual ó no se forma imagen"
- **Orientación:** indica si la imagen de un objeto cambia de orientación respecto a la orientación del objeto. Un valor posible es "invertida", si se ha invertido (el aumento será negativo). Para decir que no está invertida lo más claro es decir "no invertida": a veces se usa el término "imagen derecha" o "imagen positiva" pero es más ambiguo, ya que también puede hacer referencia a la posición de la imagen con  $s'$  en parte derecha / positiva.

Un ejemplo de características sería indicar que la imagen es "virtual, menor y no invertida"

## 2. Leyes de la óptica geométrica. Ecuaciones básicas con posiciones, sin ángulos. Dioptrio esférico genérico

Realizando un diagrama para un **dioptrio esférico genérico**, usando leyes de Snell, eliminando ángulos con

ayuda **aproximación paraxial**, se llega a la expresión  $n\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s}\right) = n'\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{s'}\right)$  "Invariante de Abbe"

Se puede reformular como  $\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r}$ , y es útil ya que otras expresiones se pueden ver como casos particulares (en dioptrio y espejo plano no es necesaria aproximación paraxial, se puede usar leyes de Snell).

Invariante de Abbe para  $s' = \infty$  nos lleva a  $f = \frac{-nr}{n' - n}$ , y para  $s = \infty$  nos lleva a  $f' = \frac{n'r}{n' - n}$

Otras expresiones derivables:  $\frac{f}{f'} = \frac{-n}{n'}$   $\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1$  Aumento lateral  $\beta' = \frac{y'}{y} = \frac{n}{n'} \frac{s'}{s}$

(Norma DIN 1335 usa  $\beta'$ , en algunos textos se usa  $A$  ó  $m$ ) Aumento angular tiene sus propias expresiones.

### 2.1 Dioptrio plano

Invariante de Abbe para  $r = \infty$ , nos lleva a  $s' = \frac{n'}{n} s$  Aumento  $\beta' = 1$ .

- $n = n'$ :  $s' = s$ . Equivalente a no haber dioptrio: objeto e imagen coinciden
- $n > n'$ :  $s' < s$ . Ejemplo: objeto en agua (pez) visto desde aire (pescador), se ve más cerca superficie de su posición real ( $n_{\text{agua}} > n'_{\text{aire}}$ )
- $n < n'$ :  $s' > s$ . Ejemplo: objeto en aire (mosca) visto desde agua (rana), se ve más lejos superficie de su posición real ( $n_{\text{aire}} < n'_{\text{agua}}$ )

Se puede realizar un trazado de rayos, que es simple, aunque distinto a los habituales de espejos y lentes, ya que no se pueden usar  $f$  y  $f'$  que son  $\infty$ , y se usa ley de Snell refracción.

### 2.2 Espejo plano





Invariante de Abbe para  $r=\infty$  y  $n=-n'$ , nos lleva a  $s'=-s$

La imagen se forma detrás del espejo a la misma distancia que el objeto. Aumento  $\beta'=1$ .

Se puede realizar un trazado de rayos, que es simple, aunque distinto a los habituales de espejos y lentes, ya que no se pueden usar  $f$  y  $f'$  que son  $\infty$ , y se usa ley de Snell reflexión.

### 2.3 Dioptrio convexo

Siempre  $r$  positivo. Para caso habitual  $n$  aire,  $n'$  medio:  $n'>n$  “convergente”:  $f$  negativo,  $f'$  positivo.

La formación de la imagen varía según la situación:

Si  $s < f$ , imagen REAL, MAYOR e INVERTIDA

Si  $s > f$ , imagen VIRTUAL, MAYOR y NO INVERTIDA

### 2.4 Dioptrio cóncavo

Siempre  $r$  negativo. Para caso habitual  $n$  aire,  $n'$  medio:  $n'>n$  “divergente”:  $f$  positivo,  $f'$  negativo.

La imagen siempre es VIRTUAL, MENOR y NO INVERTIDA

### 2.5 Espejo esférico

Invariante de Abbe para  $n=-n'$ , nos lleva a  $\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$  ya que para  $s'=\infty$   $f = \frac{r}{2}$  y para  $s=\infty$   $f' = \frac{r}{2}$

Nota: la fórmula que relaciona  $s$  y  $s'$  es similar a lentes, pero cambia signo y usa  $f$  en lugar de  $f'$ .

En espejos cóncavos, el radio es negativo, y en espejos convexos positivo.

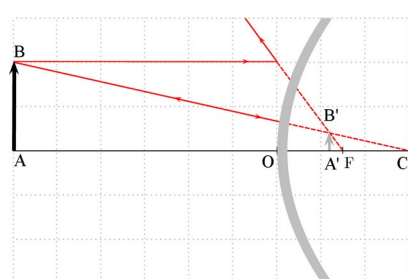
Para el aumento tenemos la expresión  $\beta' = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$

Nota: la fórmula del aumento es similar a lentes, pero cambia signo

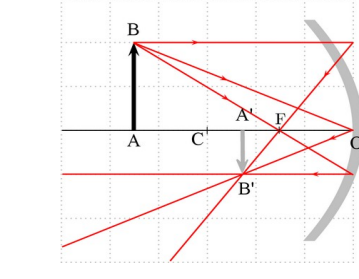
Nota: las fórmulas de lentes y espejos “intercambian signo” entre tenerlo en aumento y en relación  $s'$  y  $s$

### 2.6 Espejo convexo

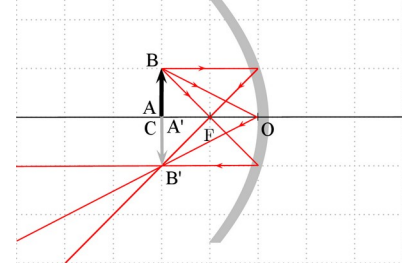
Reconocer que siempre  $F$  y  $C=R$  son positivos. Imagen siempre es VIRTUAL, MENOR y NO INVERTIDA.



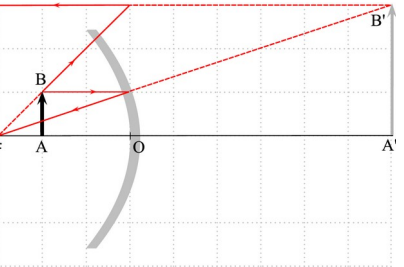
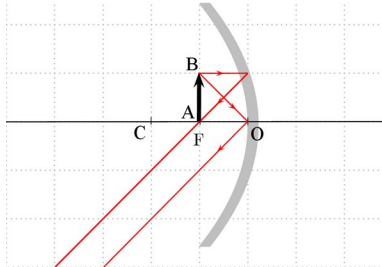
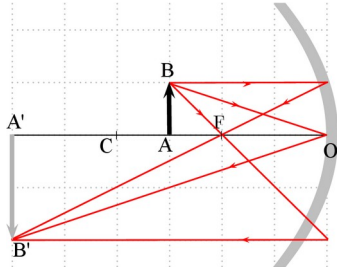
↑Convexo / ↓Cóncavo:  $R < s < f$



↑Cóncavo:  $s < R$  / ↓Cóncavo:  $s = f$



↑Cóncavo:  $s = R$  / ↓Cóncavo:  $f < s < O$



### 2.7 Espejo cóncavo

Reconocer que siempre  $F$  y  $C=R$  son negativos. Identificar las distintas situaciones posibles, son 5 en total:

$s < R$ : imagen REAL, INVERTIDA y MENOR.

$s = R$ : imagen REAL, INVERTIDA y TAMAÑO NATURAL.

$R < s < f$ : imagen REAL, INVERTIDA y MAYOR.

$s = f$ : no se forma imagen ( $s'$  e  $y'$  son infinito)

$f < s < O$ : imagen VIRTUAL, NO INVERTIDA y MAYOR.

## 3. Lentes delgadas

Una **lente** es un dispositivo óptico formado por un medio transparente limitado por dos superficies, al menos una de ellas curva. Lo habitual son lentes esféricas, donde las caras curvas están descritas por una superficie esférica de cierto radio, que puede ser cóncava o convexa. Por ejemplo existen lentes plano convexas, pero dentro de las lentes esféricas lo habitual son lentes biconvexas, que son convergentes, ya que los rayos al atravesarla convergen y se cruzan, y biconcavas, que son divergentes, ya que los rayos al atravesarla divergen y se cruzan sus prolongaciones. En óptica geométrica se utiliza la aproximación de **lentes delgadas**,





en las que el radio de las superficies esféricas es mucho mayor que el grosor de la lente, situación en la que se utilizan ecuaciones simplificadas.

Utilizando el convenio de signos DIN 1335, en una lente convergente el foco objeto está situado a la izquierda y tiene coordenada negativa, y el foco imagen a la derecha y coordenada positiva.

Con el mismo convenio, en una lente divergente el foco objeto está situado a la derecha y tiene coordenada positiva, y el foco imagen a la izquierda y coordenada negativa.

Para el aumento lateral, la expresión es  $A = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$  Similar a espejos, pero cambia signo.

**Fórmula del constructor de lentes delgadas**

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = (n_L - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$n_L$  es el índice de refracción de la lente, y 1 es el del aire.

También se puede expresar con n relativo al medio en el que la lente está inmersa.  $(n_L - 1) = (n' - n)/n$

*Nota: la fórmula puede parecer extraña ¿si los radios son iguales se anula término de la derecha y parece no tener sentido? No! Recordar que radios tienen signo, y aquí signos distintos, radios iguales en signo implicaría que lente realmente no existe, sería "convexo-cóncava".*

Al igual que los focos tienen signo, los radios también lo tienen, pero ahora f no es R/2 como en los espejos, ya que a priori tenemos dos valores de radios, y hay una dependencia de  $n_L$ .

Una lente está formada por dos dioptrios: la imagen del primero es el objeto del segundo. Al hablar de imagen de la lente podríamos usar  $f''$ , pero se usa  $f'$  entendiéndose que nos referimos a la imagen final.

Por definición de f y  $f'$  se cumple que  $f = -f'$ ; f puede ser positiva o negativa, según el tipo de lente.

**Fórmula de Gauss de lente delgada**  $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$  Similar a espejos, pero cambian signos y se usa  $f'$ .

**Potencia** de una lente es la inversa de su distancia focal **imagen** expresada en metros. Se acostumbra a expresar en dioptrías, que es la unidad si el f se expresa en m. De acuerdo al criterio de signos, una lente

convergente tendrá una potencia positiva, y una lente divergente negativa.  $P = \frac{1}{f'}$

>A veces se usa "distancia focal" para referirse a  $f'$ , que es la distancia focal imagen, y se indica  $P = 1/f'$

**Planoconvexa:** uno de los radios sería infinito.

**Lente biconvexa (convergente):** su cara izquierda tiene radio positivo, y cara derecha tiene radio negativo.

Con criterio signos, pensando en rayos, f es negativo, y  $f'$  positivo.

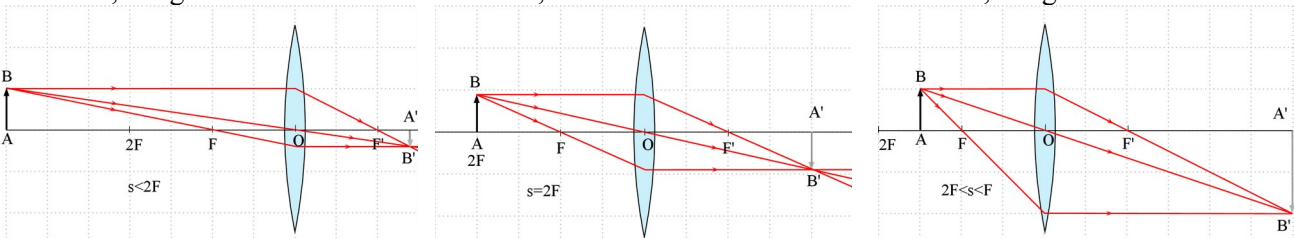
Identificar las distintas situaciones posibles en biconvexa:

-Si  $s < f$ , la imagen es REAL, INVERTIDA, y el tamaño puede variar, con tres subcasos:

--Si  $s < 2f$ , imagen MENOR

--Si  $s = 2f$ , tamaño real

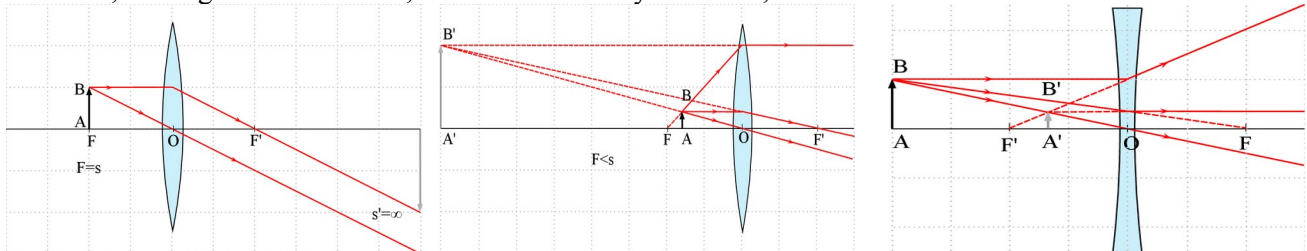
--Si  $2f < s$ , imagen MAYOR



En los tres subcasos la el trazado de rayos es convergente en el sentido de propagación y la imagen es real.

-Cuando  $s = f$ , no se forma imagen

-Con  $f < s$ , la imagen es VIRTUAL, NO INVERTIDA y MAYOR, llevando a la idea de LUPA



**Lente bicóncava (divergente):** su cara izquierda tiene radio negativo, y cara derecha tiene radio positivo.

Con criterio signos, pensando en rayos, f es positivo, y  $f'$  negativo.





Reconocer que cambia la posición de F y F' frente a caso de lente biconvexa

El trazado de rayos siempre es divergente: la imagen se produce con los cruces de las prolongaciones

La imagen siempre es VIRTUAL, MENOR y NO INVERTIDA. Imagen siempre menor que objeto, aunque imagen va aumentando de tamaño a medida que acercamos objeto a lente.

#### 4. **Sistemas ópticos/Instrumentos ópticos. Aplicaciones tecnológicas**

Se describen algunos sistemas formados por varias lentes o combinaciones de lente y espejos. Se incluye la lupa aunque no es en sí un sistema óptico al no tener varios elementos, pero es un ejemplo de utilidad práctica y frecuente. Hay más, por ejemplo el teleobjetivo, pero se describen cuatro.

Una idea esencial es que cualitativamente “la imagen de un elemento es el objeto del siguiente”, pero numéricamente no coinciden ya que hay que operar con la distancia entre ellos, de modo que lo que tiene posición positiva para un elemento puede tener posición negativa para otro  $s'_1 - d = s_2$

**Lupa:** Lente convergente biconvexa que sirve para observar objetos colocándolos aproximadamente en f objeto. Colocando el objeto cerca del foco, con  $F < s$ , produce imagen virtual, derecha y mayor (por lo que produce aumento), aproximadamente en punto próximo: punto más cercano para ver nítido (converge en retina), en torno a 25 cm (para el ojo humano).

**Microscopio compuesto:** Combinación de dos lentes, objetivo y ocular.

Objetivo: forma imagen real, mayor e invertida. Suele tener revólver para elegir lente, y macro y micrómetro para regular distancia

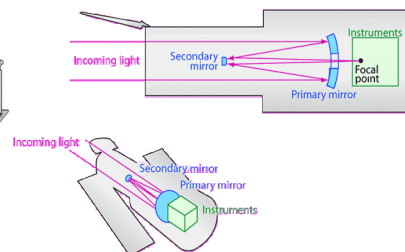
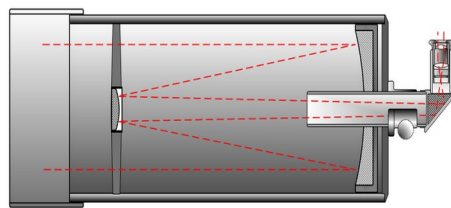
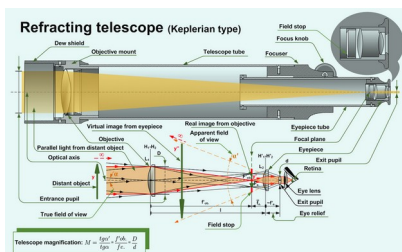
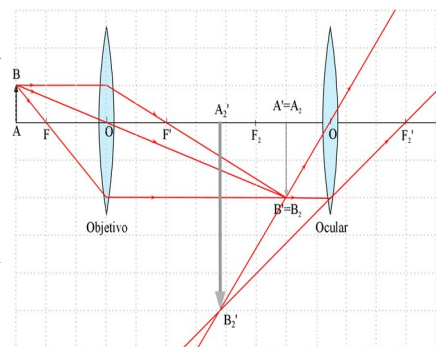
Ocular: se usa como lupa para observar imagen formada por objetivo.

**Telescopio:** La base es el **anteojo** astronómico: en lugar de aumentar objetos cerca foco, aumenta objetos lejanos. Objetivo y ocular: f' del objetivo coincide con f del ocular. El catalejo tiene lentes para no invertir la imagen, y por eso es largo. Otros tipos anteojos: Galileo (inversión con lente divergente), Prismáticos (inversión con prisma)

Hablando de telescopios propiamente dichos, hay de varios tipos:

-Refractor: es un sistema óptico centrado formado por lentes

-Reflector; usa espejos en lugar de lentes. Hay varios subtipos: Newtoniano, Cassegrain, ...Para observación muy lejana se usan reflectores, es más fácil construir un espejo grande que una lente grande y pura. El telescopio espacial Hubble es reflector de tipo Cassegrain

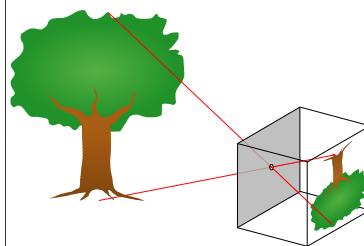
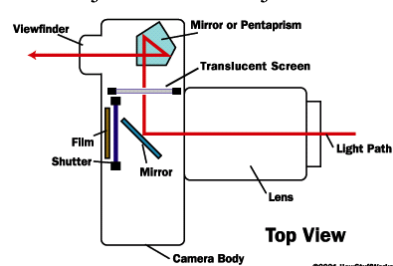


tamasflex, cc-by-sa, [wikimedia](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Keplerian_Telescope_Diagram.png)

tamasflex, cc-by-sa, [wikimedia](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Newtonian_Telescope_Diagram.png)

NASA, public domain, [hubblesite.org](https://hubblesite.org)

**Cámara fotográfica:** recoge imágenes en un soporte fotosensible y las almacena: físico/químico (placa, película fotográfica) o electrónico (CCD (dispositivo de carga acoplada, charge-coupled device) y memoria). El término cámara proviene del latín “camera obscura”, que es un dispositivo creado por Alhazen en el año 1021 que permite proyectar una imagen sobre una superficie plana, y que fue la base de las primeras cámaras fotográficas; se llama cámara estenopeica a la que no usa lentes. El funcionamiento de una cámara es similar al del ojo humano: objetivo tiene lentes convergentes (que se define por su distancia focal, fija o variable,



HowStuffWorks, copyright

Wikimedia, public domain

controlando apertura/valor de diafragma), que enfoca la imagen hacia el soporte fotosensible, que está en el cuerpo junto visores y controles y el obturador, que controla qué cantidad de tiempo la luz incide sobre el soporte fotosensible. En cámaras reflex/SLR se ve ópticamente la misma imagen que se va a registrar; una cámara de móvil muestra la imagen

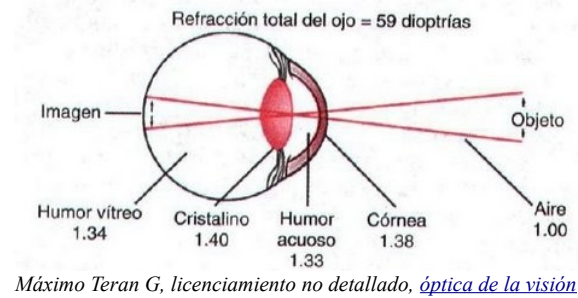
reconstruida electrónicamente que está registrando el CCD.

#### 5. **El ojo humano**





El ojo humano es un instrumento óptico en sí y es un elemento más cuando usamos otros instrumentos ópticos. A nivel estructural podemos ver como los rayos en su camino a la retina pasan por una secuencia de elementos, cada uno con su índice de refracción y algunos con cierta forma: córnea, cristalino, humor acuoso, humor vítreo. El modelo simplificado es el más usado del ojo, que considera el ojo (completo) equivalente a una única lente convergente de distancia focal 17 mm, y por tanto de unas 59 Dioptrías).



Máximo Teran G, licenciamiento no detallado, [óptica de la visión](#)

El ojo puede modificar la curvatura del cristalino (acomodación) para enfocar objetos a distintas distancias consiguiendo que la imagen se forme en el cristalino. Los límites de enfoque de un ojo normal son:

- punto remoto: en el infinito
- punto próximo (de acomodación): aproximadamente 25 cm.

### 5.1 Defectos visuales

Los defectos más comunes son tres:

(Miopía e Hipermetropía) Defecto en cristalino o globo ocular:

-**Miopía**: si la imagen se forma antes de la retina, corrección con lente divergente. “Ver mal de lejos”, exceso de potencia, a veces asociado a estar mucho tiempo viendo cosas cercanas (pantallas).

-**Hipermetropía**: si la imagen se forma después de la retina, corrección con lente convergente

-**Presbicia**: “vista cansada”, por edad se pierde capacidad de acomodación del ojo (cambio en la curvatura del cristalino) por rigidez del cristalino y disminuye capacidad de enfocar objetos cercanos.

Corrección con lente convergente de pocas dioptrías (típico 1 a 3)

-**Astigmatismo**: curvatura córnea no esférica, corrección con lentes cilíndricas.

Para varios defectos es posible la corrección mediante láser:

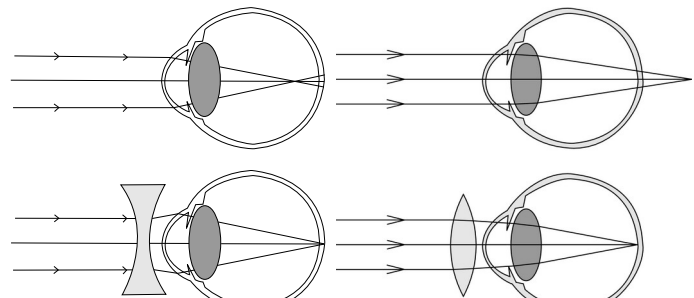
consiste en “tallar” la córnea para incorporar en ella la lente

que supone habitualmente una corrección externa (gafas o lentillas). Supone cirugía externa, y permite corrección de miopía, hipermetropía y astigmatismo, siempre que la córnea lo permita. El grosor es de 500 micras.

**Cataratas**: deterioro del cristalino que impide el paso normal de la luz, supone visión con nubes o manchas.

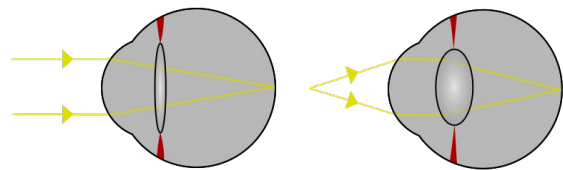
Asociado a envejecimiento. La corrección implica cirugía interna, se reemplaza el cristalino.

Otros deterioros de la visión por daño en el nervio óptico (por ejemplo glaucoma, asociado a envejecimiento) no tienen corrección “óptica”.



CryptWizard, cc-by-sa, [wikimedia](#)

CryptWizard, cc-by-sa, [wikimedia](#)



Acomodación: AzaToth, cc-by-sa, [wikimedia](#)

