enrique@fiquipedia.es Revisado 9 febrero 2021

Estos pretenden ser unos apuntes de resumen solamente de teoría, ver ejercicios ondas en www.fiquipedia.es. Se trata el bloque de 2º Bachillerato LOMCE "Ondas" que se implanta en el curso 2016-2017, cubriendo contenidos, y a veces citando criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables.
Se asume conocido el movimiento armónico simple (MAS)/oscilatorio, tratado en 1º Bachillerato LOMCE, aunque se trata aquí el concepto de resonancia que se cita en 2º Bachillerato LOMCE.
Parte de los contenidos del bloque de ondas no se tratan aquí, sino en apuntes aparte de óptica física; son algunos fenómenos ondulatorios que es habitual tratar con luz, y mi planteamiento es verlos tras ver electromagnetismo, usando la idea de onda electromagnética, y antes de ver óptica geométrica; uniendo esos apuntes se ve completo el bloque de ondas tal y como lo plantea LOMCE.

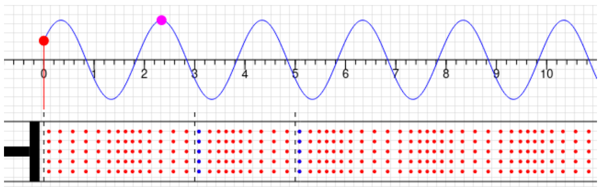
1. Ondas. Asociar el movimiento ondulatorio con el MAS. Ideas básicas

La propagación de un MAS, transportándose energía pero no materia, se denomina movimiento ondulatorio, aunque se suele hablar de ondas, ya que a veces lo que se propaga no es claramente un movimiento como ocurre en una cuerda, sino una perturbación en una propiedad del medio (presión en sonido, electromagnética en radio). Aquí nos centramos en ondas mecánicas; en medio material elástico.
En el movimiento ondulatorio tenemos dos direcciones distintas, que no tienen por qué coincidir:
-Dirección de oscilación: en la que oscila cada partícula mediante un MAS.
-Dirección de propagación: en la que se propaga la oscilación y la energía.

2. Clasificación ondas. Tipos de ondas y sus características

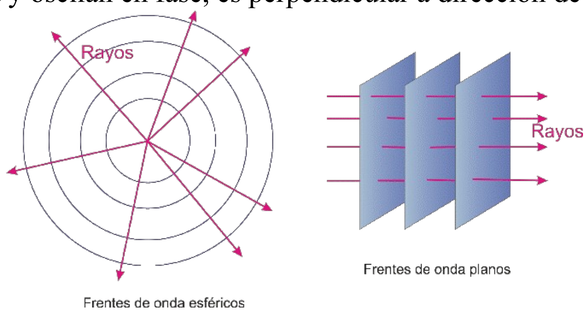
A. Según la duración de la perturbación del foco emisor:
Pulsos: una perturbación aislada. Ejemplo: estallido bomba, pulso luminoso, pulso cuerda.
Tren de ondas: sucesión de perturbaciones. Subtipo son las **ondas armónicas**, producidas MAS.

B. Según la dirección relativa de dirección de oscilación y de propagación:
Transversales: ambas son perpendiculares.
Ejemplo: oscilación cuerda tensa, onda radio.
Longitudinales: ambas coinciden.
Ejemplo: sonido, muelle parcialmente comprimido longitudinalmente..



http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/ondas/armonico/armonico.html

C. En función del número de dimensiones en el que se propaga la energía/en función del frente de onda (el conjunto de puntos alcanzados al mismo tiempo por la onda y oscilan en fase, es perpendicular a dirección de propagación).
Tridimensionales: se propagan radialmente en todas direcciones, frente de onda esférico.
Bidimensionales: se propagan radialmente sobre un plano, frente de onda circular.
Unidimensionales/planas: se propagan en una recta, frente de onda plano. Una onda tridimensional se puede considerar plana estando suficientemente alejada de foco.
Nos centramos en: ***armónicas, planas y sin amortiguamiento. (además de ondas mecánicas)***



Agrega Andalucía, Wikimedia

3. Magnitudes que las caracterizan

Magnitudes básicas: Amplitud (A) y frecuencia f y frecuencia angular (ω) comunes a movimiento oscilatorio
Longitud de onda λ "lambda": distancia entre dos puntos consecutivos con misma elongación.

Número de onda k: $k=\frac{2\pi}{\lambda}$ Cualitativamente es "frecuencia espacial", unidades SI rad/m

No confundir 2 conceptos que comparten letra k: nº de onda (rad/m) y constante elasticidad MAS (N/m).

Velocidad de propagación ó de fase $v=\frac{\lambda}{T}=\lambda f=\frac{\omega}{k}$ Sólo depende del medio, no del foco como f

Uso de letra ν (ni) frente a f: en libros se usa habitualmente ν, aquí se usa f para evitar confusión con v de velocidad, símbolos muy similares según la tipografía.

4. Ecuación de las ondas armónicas. Significado físico parámetros

Ecuación de onda $y(x,t)=A\cos(\omega t\pm kx+\varphi_0)$ φ_0 es la fase inicial, asociada a y para x=0 y t=0

Otras expresiones sin φ inicial $y(x,t)=A\cos(2\pi(\frac{t}{T}\pm\frac{x}{\lambda}))=A\cos(\omega(t\pm\frac{x}{v}))=A\cos(k(vt\pm x))$

-Similar a MAS: elección coseno o seno arbitraria, implicará un desfase distinto. Uso de radianes.
-Distinto a MAS: significado "y" elongación, "x" sentido propagación, por defecto en metros (SI)
-La ecuación tiene **doble periodicidad espacial y temporal**; para una posición fija se trata MAS. No se pueden representar estáticamente ambas al tiempo, se hace y-x (t es fijo, "foto") ó y-t (x fijo, "MAS").
Una manera matemática de razonar la doble periodicidad es indicar que, dado que en una función sinusoidal sen(x)=sen(x±n·2π) para cualquier n entero, en una onda armónica se puede ver que y(x,t)=y(x±n·λ, t±m·T), para cualquier valor de n y m enteros.
-En la ecuación de onda el signo que precede a kx va asociado a sentido propagación: - asociado a propagación en sentido de x positivas, y + en sentido de x negativas. k siempre es positiva
Realmente signo delante kx decide sentido según sea el signo delante de ωt. La idea es que tiempo siempre es positivo, y siendo ωt positivo en expresión habitual, hace falta término kx "negativo" para que según avance x se tenga la misma fase que cuando avanza t. También se podrían utilizar relaciones trigonométricas transformar expresión onda con - delante ωt para ver expresión equivalente con signo +.
-No confundir conceptos asociados a velocidad: $v_{propagación}$ (constante para un medio) y $v_{oscilación}$ (depende x y t)
-Las expresiones de $v_{oscilación}$ (dy/dt) y $a_{oscilación}$ (dv_{osc}/dt) son fáciles de deducir con mismas ideas que en MAS.
-Expresión útil deducible: $\Delta\varphi=\omega\Delta t\pm k\Delta x$. Para t ó x fijo pasa a ser: **Δφ=kΔx** y **Δφ=ωΔt**.

5. Energía e intensidad

En las ondas se transporta energía pero no materia

$$E=\frac{1}{2}kA^2=\frac{1}{2}m\omega^2A^2 \;;\; I=\frac{E}{St}=\frac{P}{S}[W/m^2]$$ Superficie perpendicular a dirección propagación.

Diferenciar atenuación y absorción:
Atenuación en propagación tridimensional con frentes de onda esféricos (Superficie esfera=$4\pi r^2$):

$$A\propto\frac{1}{r} \;;\; I\propto\frac{1}{r^2} \;;\; I\propto A^2 \;;\; \frac{I_1}{I_2}=\frac{A_1^2}{A_2^2}=\frac{r_2^2}{r_1^2}\Rightarrow\frac{r_2}{r_1}=\frac{A_1}{A_2}$$

Absorción: $I=I_0e^{-\beta r}$ donde β = coeficiente de absorción, para cada medio, tipo onda, f.

6. Ondas longitudinales. El sonido. Energía e intensidad de las ondas sonoras

Sonido y sensación auditiva. Rango de frecuencias del oído humano: aproximadamente 20 Hz a 20 kHz
Se utiliza escala logarítmica, más cercana a cómo lo interpreta el cerebro (en amplitud)
Diferenciar Intensidad (I, en W/m^2) y Nivel de intensidad (β, en dB) ó S sensación sonora.
Según ISO 80000-2 Quantities and units — Part 2: Mathematical signs and symbols to be used in the natural sciences and technology, para logaritmo en base 10 se debe usar $log_{10}(x)$ o lg(x), pero no log(x)

$$\beta=10\log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right)$$ Intensidad umbral de audición $I_0=10^{-12}$ W/m²

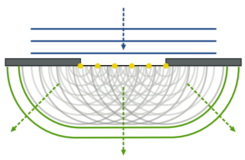
$$\beta=10\log_{10}\left(\frac{r_o^2}{r^2}\right) \qquad \Delta\beta=\beta_B-\beta_A=10\log_{10}\left(\frac{r_A^2}{r_B^2}\right)$$

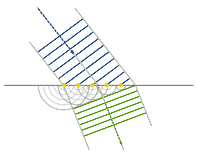
6.1 Contaminación acústica

Contaminación/ruido: sonido excesivo y molesto, altera condiciones normales: afecta salud (auditiva, física, mental). OMS 70 dB límite superior deseable. 140 dB umbral del dolor

7. Principio Fresnel-Huygens

"todo punto de un frente de onda es un foco/centro emisor de nuevas ondas idénticas a las originales (v, ω y λ), cuya envolvente es el nuevo frente de onda". Se puede utilizar para comprender y explicar la propagación de las ondas y los fenómenos ondulatorios, por ejemplo interferencia, difracción, la reflexión y la refracción


Norro, cc-by-sa


Norro, cc-by-sa

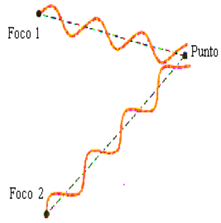
8. Fenómenos ondulatorios

Son fenómenos asociados a la propagación de ondas. El fenómeno principal es la interferencia, además de otros como el efecto Doppler. Hay otros fenómenos que no se tratan en estos apuntes, ver anexos.

8.1 Principio de superposición. Interferencia y casos

Principio de **superposición**: varias ondas en mismo espacio y tiempo, se suman elongaciones y se produce una onda de amplitud mayor o menor.
Interferencia: fenómeno asociado a la superposición de 2 o más ondas en el mismo medio. La interferencia depende de la diferencia de fase $\delta=\Phi_2-\Phi_1$

Para que la interferencia sea estacionaria (en espacio y tiempo) deben ser ondas coherentes (fase relativa constante: misma ω y λ). Por sencillez se asume misma φ_0



jair.lab.fi.uva.es

En ese caso $\delta=\frac{2\pi}{\lambda}d$ donde $d=(x_2-x_1)$

Caso general: $A^2=A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\delta\,;\ I=I_1+I_2+2\sqrt{(I_1I_2)}\cos\delta$

-Máximos (constructiva, llegan en fase): $d=n\,\lambda$. Si $A_1=A_2$, $A=2A_1$, $I=4I_1$

-Mínimos (destructiva, llegan en oposición de fase): $d=(2n-1)\,\lambda/2$. Si $A_1=A_2$, $A=0$, $I=0$

>En situación habitual se asume que no hay interferencias, y se suman potencias e intensidades.

8.2 Efecto Doppler

El efecto Doppler es la variación de la frecuencia recibida de una onda cuando hay un movimiento relativo entre foco y receptor, ya que receptor recibe un número de frentes de onda por unidad de tiempo distinto al que ha emitido por unidad de tiempo el foco. Es importante reconocer situaciones cotidianas en las que se produce el efecto Doppler justificándolas de forma cualitativa.

$$f'=f\frac{v\pm v_{ob}}{v\pm v_{fo}}$$

(Expresión general; se simplifica si $v_{observador}$ ó v_{foco} nulas, varios casos signos: ++,+-,-+,--)
Acercamiento: f' crece (signo + numerador si es observador y - denominador si es foco).
Alejamiento: f' decrece (signo - numerador si es observador y + denominador si es foco)

En fórmula se usa $v_{ob}=v_{observador}$ y $v_{fo}=v_{foco}$; usar v_o y v_f puede confundir con velocidad inicial y final.
Luz y relatividad; casos especiales que se tratan en otros bloques (óptica física/ física moderna)

9. Anexos / temas para profundizar

9.1 Otros fenómenos ondulatorios

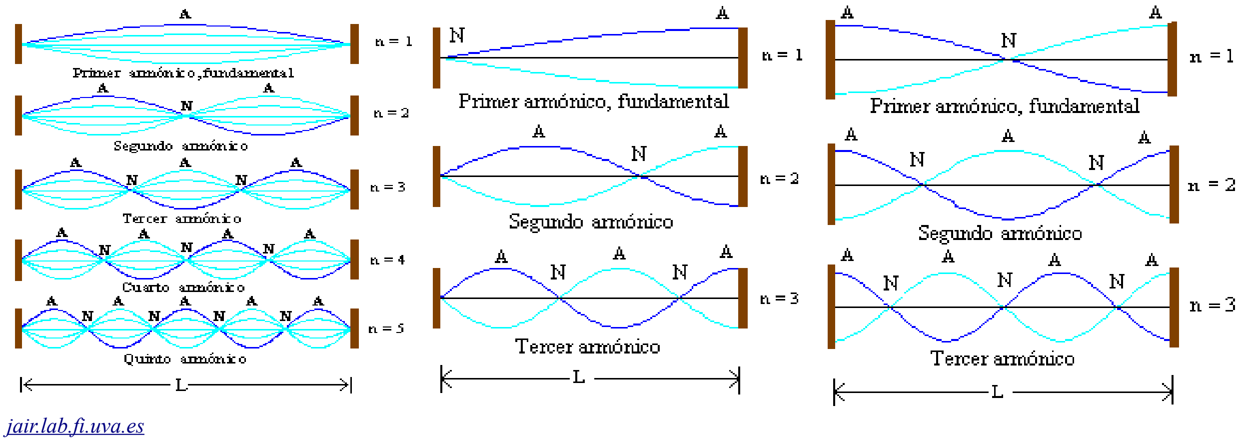
Hay otros fenómenos ondulatorios asociables a este bloque de ondas, que solamente se citan aquí pero se tratan por separado en bloque “óptica física”: **difracción** (un caso concreto de interferencias entre las ondas producidas al encontrar un obstáculo de tamaño comparable a λ), **reflexión** (citada indirectamente al hablar de ondas estacionarias), **refracción**, y polarización.

9.1.1 Ondas estacionarias

Interferencia / superposición de dos ondas con misma A y ω que se propagan en sentidos opuestos (incidente y reflejada, que en reflexión cambia 180º fase)

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx)-A\cos(\omega t+kx)=A_r sen(\omega t) \quad \text{donde} \quad A_r=2A\, sen\, kx\ :$$

A_r=amplitud resultante varía según la posición.



jair.lab.fi.uva.es

-Nodos: puntos fijos con elongación nula en cualquier instante de tiempo (y=0). $A_r=0 \rightarrow x_N=n\cdot\lambda/2$

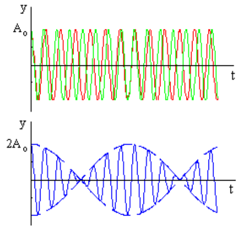
-Vientres o antinodos: puntos con elongación máxima $A_{máx}=2A_{original}$. $A_r=2A \rightarrow x_V=(2n-1)\cdot\lambda/4$

-Límites fijos (y=0) y límites libres (y=A) $\lambda=2\frac{L}{n}\ (n=1,2,3,4,...);\ (\lambda=2L, L, 2\frac{L}{3}, \frac{L}{2},...)$

-Límite fijo y límite abierto (y=0 e y=A) $\lambda=4\frac{L}{(2n-1)}\ (n=1,2,3,4,...);(\lambda=4L, 4\frac{L}{3}, 4\frac{L}{5}, 4\frac{L}{7},...)$

Armónicos (n=1, 1er armónico,...) o frecuencia fundamental (n=1) y sobretonos (n=2, 1er sobretono)

9.1.2 Batidos o pulsaciones. Amplitud modulada



jair.lab.fi.uva.es

Interferencia entre ondas de misma A y ω similares: $\omega=(\omega_1+\omega_2)/2$

$$y(x,t)=A\,sen(\omega_1 t-k_1 x)+A\,sen(\omega_2 t+k_2 x)=A_{modulada}\,sen(\omega t-k\,x)$$

$$A_{modulada}=2\mathrm{A}\,sen\left(\frac{\Delta\omega}{2}t-\frac{\Delta k}{2}x\right)$$

$$\left[\omega=\frac{\omega_1+\omega_2}{2,}k=\frac{k_1+k_2}{2};\Delta\omega\ll\omega;\Delta k\ll k\right]$$

9.2 Espectro y ondas sonoras

El concepto de espectro se puede tratar con ondas en general; en el bloque de óptica física es tratado el espectro electromagnético, pero con ondas sonoras se puede hablar de espectro sonoro. El espectro sonoro está asociado al rango de frecuencias que oye el ser humano, aproximadamente 20 Hz a 20 kHz, hablándose de infrasonidos o **ultrasonidos** para frecuencias inferiores superiores, que pueden ser emitidas y/o recibidas por otros animales como ballenas, murciélagos o perros. El límite superior del espectro que oye el ser humano varía con la edad, y en la adolescencia se oyen frecuencias altas que de adulto no se oyen.

9.3 Resonancia. Efectos en la vida cotidiana

La resonancia es un fenómeno asociado al movimiento oscilatorio, en el que se producen oscilaciones forzadas; un sistema no ideal, que en condiciones normales amortiguaría las oscilaciones, y que tiene una o varias frecuencias características "de resonancia", recibe perturbaciones externas que refuerzan su movimiento oscilatorio. El término "resonancia" parece asociado a sonido, pero es algo asociado a cualquier oscilación no ideal (por ejemplo Resonancia eléctrica, Resonancia Magnética Nuclear), aunque lo habitual son oscilaciones mecánicas: la oscilación es mecánica y la perturbación externa es una fuerza. La resonancia acústica es un caso de resonancia mecánica, donde intervienen ondas sonoras: el cuerpo que está oscilando genera ondas sonoras, y ondas sonoras que llegan al cuerpo con ciertas frecuencias producen el fenómeno de la resonancia. Ejemplos de resonancia acústica: acoplamiento entre diapasones, rotura de una copa de cristal con sonido de cierta frecuencia, vibraciones y ruido en objetos en función de ondas sonoras / de presión. Ejemplos de resonancia mecánica: es muy famoso el Puente de Broughton, en 1831 colapsó cuando 74 soldados lo cruzaron marcando el paso; desde entonces las tropas deben romper el paso cuando marchan sobre un puente. Hay ejemplos similares como la Pasarela del Milenio de Norman Foster en 2000. *La caída del puente de Tacoma Narrows se suele citar como ejemplo de resonancia, pero no lo es.*
Curiosidad para profundizar: http://estructurando.net/2014/06/23/como-obtener-las-frecuencias-fundamentales-de-una-estructura-con-tu-smartphone/

9.4 Aplicaciones tecnológicas del sonido

Al hablar de aplicaciones de ondas se puede considerar cualquier tipo de ondas; en el bloque de óptica física se tratan las ondas electromagnéticas, y este bloque se tratan las aplicaciones de ondas sonoras, que casi siempre utilizan ultrasonidos. Algunos ejemplos de aplicaciones de ondas sonoras son:
-SONAR (Sound Navigation And Ranging) utiliza la emisión y la reflexión de sonido debajo del agua para detectar objetos, de manera similar al eco y al RADAR. Por ejemplo permite detectar desde barcos submarinos o bancos de peces. Se usan ultrasonidos con frecuencias del orden de 50000 Hz. Se puede utilizar en sonar el efecto Doppler para medir la velocidad radial de los objetos.
-Ecografías: el principio es similar al sonar, se recibe el eco asociada a la distinta reflexión de ultrasonidos en los distintos tejidos. Las ecografías en 3D ó en 4D (3D en movimiento) se realizan combinando ecografías en varios planos. Se utilizan en medicina y en ginecología ya que tienen mucha menos energía que los rayos X y no producen daños en los tejidos. Existen ecografías Doppler, que permiten visualizar la velocidad del flujo de sustancias en distintas partes del cuerpo, por ejemplo sangre en corazón y vasos sanguíneos.
-Litotricia, ruptura de cálculos (renales y biliares) mediante ultrasonidos.
-Limpiezas dentales con ultrasonidos.
Además de aplicaciones tecnológicas del sonido, hay a aplicaciones tecnológicas de diferentes tipos de radiaciones, principalmente infrarroja, ultravioleta y microondas, asociadas a ondas pero que se ven en bloque de óptica física, aunque puedan enlazar con conceptos vistos aquí: por ejemplo un radar utilizado para medir velocidad de vehículos usa Doppler y batidos.

9.5 Velocidades de propagación en algunos medios

Sonido en gas $v=\sqrt{\frac{\gamma R T}{M}}$

γ coeficiente adiabático, R constante gases ideales, T temperatura y M masa molecular.

Luz en vacío $c=\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$ (se trata en bloque óptica física)

μ_0 permeabilidad magnética del vacío y ε_0 constante dieléctrica de vacío.

Cuerda $v=\sqrt{\frac{T}{\mu}}$ T tensión de la cuerda y μ densidad lineal de la cuerda.

9.6 Velocidad de grupo

Velocidad de propagación de las variaciones en amplitud de la onda (modulación ó envolvente)

$v_g=\frac{\partial \omega}{\partial k}$ Velocidad de grupo y de propagación en general son distintas; solamente coinciden cuando la velocidad de propagación no depende de la frecuencia, que es en medios no dispersivos.

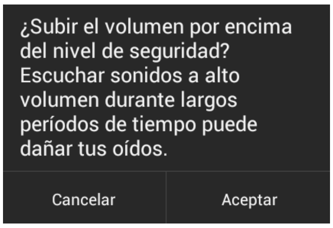
9.7 Tabla de valores de decibelios asociada a situaciones concretas

Hay tablas similares en varios sitios, algunas incompletas: el nivel de intensidad depende de la distancia concreta que separa emisor y receptor, por lo que por ejemplo no tiene sentido asociar ciertos dB a una taladradora si no se indica la distancia. Se incluye una simple con referencia oficial

Fuente y situación de observación	dB SPL
Umbral de audición	0 dB
Susurro de las hojas	20 dB
Susurro en el oído	30 dB
Conversación normal para un participante	60 dB
Vehículos para un observador cercano	60-100 dB
Despegue avión para observador cercano	120 dB
Umbral del dolor	120-140 dB

Potential health risks of exposure to noise from personal music players and mobile phones including a music playing function, 2008, Scientific Committee on Emerging and Newly Identified Health Risks, European Commission.

La referencia permite enlazar con los riesgos de salud al escuchar música. Los móviles android al subir el volumen dan un aviso, ya que escuchar puntualmente sonidos con volumen alto (por encima de 85 dB) no tiene por qué ser dañino, pero sí lo es durante periodos prolongados.

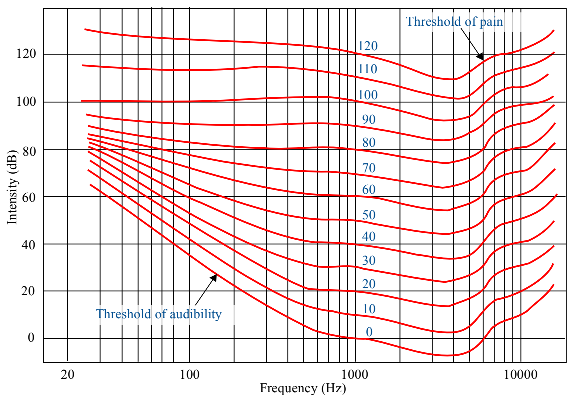


9.8 Decibelios y referencias: dB SPL, dB SIL, dBA, dBB, dBC

Realmente el decibelio es una unidad adimensional y relativa, y puede haber decibelios distintos: para usarlo como medida hay que definir una referencia de unidades. Los decibelios son unas unidades logarítmicas útiles en magnitudes donde hay rangos amplios de valores, y se usan también para voltaje, electrónica asociada a sonido, en radio / antena / comunicaciones.

En la referencia anterior aparece dB SPL (Sound Pressure Level), que es la habitual al hablar de dB en acústica que usa como referencia de presión en el aire $P_0=20\cdot10^{-6}$ Pa, dB SPL = 10 log (P^2/P_0^2), y que coincide aproximadamente con dP SIL (Sound Intensity Level) que usa como referencia $I_0=10^{-12}$ W/m^2

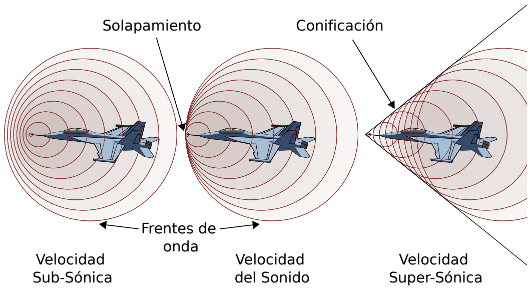
El oído humano no percibe igual las distintas frecuencias en todo el espectro, y alcanza el máximo de percepción en las frecuencias medias; para dar una medida de la percepción sonora se pondera según unas curvas que se llaman isofónicas, que miden para que nivel de intensidad la sensación sonora humana es la misma. Los dB ponderados mediante distintas curvas son dBA, dBB y dBC. En las curvas se indican valores de 0 a 120 cuyas unidades son fon ó fonios (phon), que son valores de sonoridad asociados a una frecuencia de 1000 Hz.



Fletcher Munson ELC (Equal Loudness Contours), wikimedia GFDL

9.9 Onda de choque

Se produce cuando la propagación del foco emisor de la onda es mayor que la velocidad de propagación en el sonido. Un ejemplo es un avión a velocidades supersónicas, un barco en el agua, una explosión. Se suelen representar con el cono de Mach. A la velocidad del sonido se suele llamar Mach-1, y al superarla se produce una explosión sónica (Sonic Boom). La explosión sónica también se produce en el extremo de un látigo, o al sacudir una toalla. Hay fenómenos relacionados que no aplican al sonido, como la radiación Cherenkov.



9.10 Trigonometría

Recordar aquí algunas relaciones útiles al combinar ondas armónicas descritas por senos y cosenos, por ejemplo en ondas estacionarias y batidos

$$\cos(a \pm b) = \cos(a)\cdot\cos(b) \mp sen(a)\cdot sen(b)$$
$$sen(a \pm b) = sen(a)\cdot\cos(b) \pm \cos(a)\cdot sen(b)$$

Razones trigonométricas suma y diferencia de ángulo

sen(-x)=-sen(x)

cos(-x)=cos(x)

$$\cos(A)+\cos(B)=2\cdot\cos\left(\frac{A+B}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$$
$$\cos(A)-\cos(B)=-2\cdot sen\left(\frac{A+B}{2}\right)\cdot sen\left(\frac{A-B}{2}\right)$$
$$sen(A)+sen(B)=2\cdot sen\left(\frac{A+B}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$$
$$sen(A)-sen(B)=2\cdot\cos\left(\frac{A+B}{2}\right)\cdot sen\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

Transformaciones de sumas en productos

9.11 "Haz tractor" sonoro

Un ejemplo interesante de interferencias sonoras "Holographic acoustic elements for manipulation of levitated objects", https://www.youtube.com/watch?v=Do94PgoeBQ4

9.12 Ondas "especiales"

En general se ha planteado que oscila/se propaga "una propiedad del medio", que es algo claro en las ondas mecánicas y en electromagnéticas, pero hay ondas especiales

En mecánica cuántica, se habla de ecuación de onda y lo que oscila es Ψ, la función de onda, que es un número complejo; lo que tiene sentido interpretable físicamente es el $|\Psi|^2$. Las ondas estacionarias en 3D están asociadas a orbitales. En las ondas gravitacionales, lo que oscila es el espacio-tiempo.

9.13 Interferómetro

Es un dispositivo que utiliza la interferencia entre ondas de luz para medir la interferencia entre dos rayos asociada a variaciones en su propagación. Ha sido un dispositivo esencial en los orígenes de la teoría de la relatividad y lo es en la detección de ondas gravitacionales.