



Planteamiento

Este problema pretende introducir el concepto de agujero negro una vez que se conoce la velocidad de escape: se trata de que la velocidad de escape sea la velocidad de la luz, que en el bloque de física moderna se explica que es un límite. Se visualiza que tiene que ser una gran densidad: mucha masa en muy poco espacio, y para hacerlo gráfico se utiliza el dato de la masa de la Tierra, y luego otras similares. Se puede comentar que es agujero negro a partir de esa distancia, que es el horizonte de sucesos, para distancias mayores la velocidad de escape será ligeramente superior. Se puede usar para citar la longitud de Planck y las unidades naturales.

El radio que se calcula usando la velocidad de escape como c es el radio de Schwarzschild

https://es.wikipedia.org/wiki/Radio_de_Schwarzschild

Enunciado

Calcula a qué radio habría que reducir toda la masa de ciertos objetos para que en su superficie fuesen un agujero negro (asociado a velocidad de escape = $c = 3 \cdot 10^8$ m/s).

a) La Tierra ($5,98 \cdot 10^{24}$ kg)

b) Una manzana (200 g)

c) El Sol ($2 \cdot 10^{30}$ kg)

Dato: $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Nm²kg⁻²

Solución

Tras deducir la expresión de la velocidad de escape en la superficie de un objeto esférico, se

sustituye $v_e = \sqrt{2 \frac{GM}{R}}$ y se llega a

$$a) \quad R = 2 \frac{GM}{v_e^2} = 2 \cdot \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 0,00886 \text{ m} = 8,86 \text{ mm}$$

$$b) \quad R = 2 \frac{GM}{v_e^2} = 2 \cdot \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 0,2}{(3 \cdot 10^8)^2} = 2,96 \cdot 10^{-28} \text{ m}$$

El radio de un protón es del orden de fm (femtometros, 10^{-15} m), el del electrón y quarks del orden de am (attometros, 10^{-18} m), y la longitud de Planck es del orden de 10^{-35} m

$$c) \quad R = 2 \frac{GM}{v_e^2} = 2 \cdot \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 2964 \text{ m} = 2,964 \text{ km}$$
 Este número puede no parecer tan

pequeño como los dos anteriores, pero es porque no nos hacemos una idea del radio del Sol, que es de $6,96 \cdot 10^5$ km.