

Planteamiento

Se encuadra dentro del bloque de física moderna de Física de 2º de Bachillerato. El objetivo es utilizar datos reales, y lo creé en abril de 2015 para citar LEP como predecesor de LHC. Como idea de partida me fijé en PAU Valencia Julio Bloque V-A. Me parecía interesante citar el valor más alto conseguido de factor de Lorentz, por encima 200000 según wikipedia

http://en.wikipedia.org/wiki/Large_Electron%E2%80%93Positron_Collider

Con unos cálculos se pueden obtener valores “redondos” para problemas, y así hacer variaciones:

$\gamma=10^5$ implica $\beta\approx 0,99999999995$ (10 nueves seguidos de un 5)

$\gamma=2\cdot 10^5$ implica $\beta\approx 0,999999999875$ (10 nueves seguidos de 875)

En el enunciado pongo una imagen del detector donde aparece una figura humana para ver la escala. También pongo datos como c con más cifras significativas, tomados de CODATA, para ver que usar datos como $3\cdot 10^8$ m/s es una aproximación. Se puede poner masa del electrón en kg y/o también en energía en reposo en MeV; uno se puede obtener a partir del otro.

Puede servir para comentar cifras significativas y propagación de errores, y para ver que si es imprescindible manejar β con tantas cifras significativas, tiene sentido usarlas en lo demás, y acostumbrese a coger datos de enunciado, no los que se recuerdan.

Con el valor de $\gamma\approx 2\cdot 10^5$ se puede comentar que la energía sí permitía teóricamente obtener la masa del bosón de Higgs, de unos 126 GeV/c², pero hubo que esperar al LHC.

Otras referencias

<http://www.hep.princeton.edu/~mcdonald/examples/lep.pdf>

<http://francis.naukas.com/2010/02/27/la-historia-del-gran-colisionador-de-electrones-y-positrones-lep-del-cern/>

<http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?c>

<http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?e>

<http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?me>

<http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?mec2mev>

Enunciado

El record de aceleración de una partícula lo tiene el LEP (Large Electron–Positron Collider del CERN, predecesor del LHC (Large Hadron Collider) y que usaba el mismo túnel de 27 km), que consiguió acelerar electrones y positrones a $0,9999999999875c$.

a) Si un electrón tiene una energía en reposo de 0,51099894 MeV, calcular su “masa relativista”, su cantidad de movimiento y su energía total a esa velocidad.

b) Si el electrón se hace chocar con un positrón con misma masa y velocidad pero en sentido opuesto, calcula la masa máxima de la partícula

que podría producir, expresada en GeV/c² y en kg.

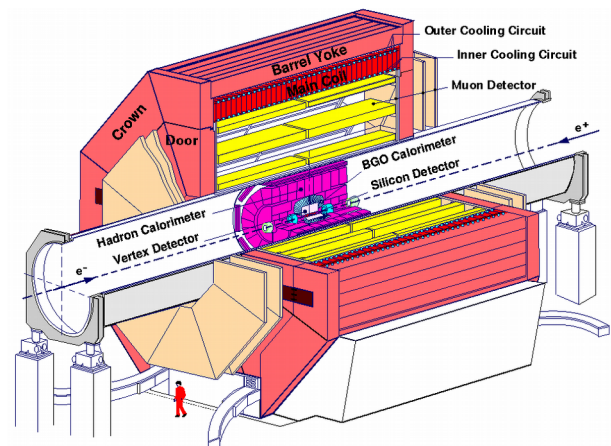
Datos: velocidad de la luz en el vacío, $c = 299792458$ m/s; carga elemental, $e = 1,60217662\cdot 10^{-19}$ C

Solución

$$a) \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0,9999999999875^2}} = 2 \cdot 10^5$$

Calculamos la masa en reposo en kg

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{0,51099894 \cdot 10^6 \cdot 1,60217662 \cdot 10^{-19}}{299792458^2} = 9,109383 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$



L3 Detector (<http://l3.web.cern.ch/l3/PR/detector.html>)



Para un único electrón ó positrón, masa relativista:

$$M = \gamma \cdot m = 2 \cdot 10^5 \cdot 9,109383 \cdot 10^{-31} = 1,82188 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$$

Momento lineal es un vector, damos su modulo:

$$p = \gamma \cdot mv = 1,82188 \cdot 10^{-25} \cdot 0,99999999999875 \cdot 299792458 = 5,46186 \cdot 10^{-17} \text{ kg m/s}$$

La expresión $E = \sqrt{(mc^2)^2 + (pc)^2}$ en el caso de $m \neq 0$ equivale a $E = \gamma mc^2$

Energía total $E = \gamma \cdot mc^2 = 2 \cdot 10^5 \cdot 9,109383 \cdot 10^{-31} \cdot 299792458^2 = 1,63742 \cdot 10^{-8} \text{ J} \approx 102,2 \text{ GeV}$

La energía total no se pedía en ningunas unidades concretas, y se puede ver que es simplemente

$$E = \gamma \cdot E_{\text{reposo}} = 2 \cdot 10^5 \cdot 0,51099894 = 102199,788 \text{ MeV} \approx 102,2 \text{ GeV}$$

b) La energía total será la suma de energías de las dos partículas: tienen misma masa y carga opuesta, así que ambas tienen la misma energía.

La energía total $E = E_1 + E_2 = 1,63642 \cdot 10^{-8} + 1,63642 \cdot 10^{-8} = 3,27284 \cdot 10^{-8} \text{ J} \approx 204,2746 \text{ GeV}$

El momento total $p = p_1 + p_2 = 0$, ya que chocan en sentidos opuestos a la misma velocidad

Como el momento es cero, podemos plantear

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2 \Rightarrow m = \frac{E}{c^2} = 204,2746 \text{ GeV}/c^2$$

$$204,2746 \cdot 10^9 \cdot \frac{1,60217662 \cdot 10^{-19}}{299792458^2} = 3,641525 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$$